

Corrigé type -EMD1

Exercice 1 (7pts)

1) Le temps de travail moyen est égal à:

$$\frac{6 \times 20 + 24 \times 40 + 14 \times 60 + 6 \times 80}{50} = \frac{2400}{50} = 48 \text{min} \quad (1.5 \text{pts})$$

2) Il y a 50 valeurs dans la série. La médiane se trouve donc entre la 25^{ème} valeur et la 26^{ème} valeur. D'après le tableau :

Temps (en min)	20	40	60	80
Effectif	6	24	14	6

la 25^{ème} valeur est égale à 40 min et la 26^{ème} valeur est égale à 40 min. Donc la médiane est égale à 40 min. (2pts)

3) Le mode est égal à 40 (car 24 est le plus grand effectif) (2pt)

4) On cherche la différence entre le plus grand temps et le plus petit temps. L'étendue est donc égale à : $80 - 20 = 60$ min. (1.5pts)

Exercice 2 (7pts)

Soient $P(A) = 0,2$ et $P(A \cup B) = 0,5$.

1. A et B sont incompatibles donc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) = 0,5 - 0,2 = 0,3 \quad (1.5 \text{pts})$$

2. A et B sont indépendants donc $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ donc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = P(A) + P(B)(1 - P(A))$$

$$P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,2}{1 - 0,2} = 3/8 = 0,375 \quad (1.5 \text{pts})$$

$$P(\bar{B}/A) = P(\bar{B}) = 1 - 0,375 = 0,625 \quad (1.5 \text{pts}) \quad (\text{puisque } \bar{B} \text{ et } A \text{ sont aussi indépendants})$$

$$P(\bar{A}/B) = P(\bar{A}) = 1 - 0,2 = 0,8 \quad (\text{puisque } \bar{A} \text{ et } B \text{ sont aussi indépendants}) \quad (1.5 \text{pts})$$

$$3. A \subset B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A/B) = P(A)/P(A) = 1 \quad (1 \text{pt})$$

Exercice 3 (6pts)

1. $f(x) \geq 0$ et $\int_0^1 \frac{4}{3}(1-x)^{\frac{1}{3}} dx = 1$ (2pts) (avec démonstration)

2. La fonction de répartition

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0, \\ 1 - (1-x)^{\frac{4}{3}} & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{si } x \geq 1. \end{cases} \quad (2 \text{pts})$$

$$3.P(0.488 < X < 1.2) = F(1.2) - F(0.488) = 1 - (1 - (1 - 0.488)^{\frac{4}{3}}) = (0.512)^{\frac{4}{3}} = ((512 \cdot 10^{-3})^{\frac{4}{3}} = (2^9)^{\frac{4}{3}} \cdot 10^{-4} = 0.4096(2pts).$$