Solution de l'examen de la Matière : système Asservis :
2017/2018

Exercice :1

1. La fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$?

Le système est régi par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2}+6\frac{ds(t)}{dt}+5s(t)=3e(t) \quad avec \quad \frac{d^2s(0)}{dt^2}=\frac{ds(0)}{dt}=s(0)=0$$

$$p^2S(p)+6pS(p)+5S(p)=3E(p)) \Rightarrow (p^2+6p+5)S(p)=3E(p))$$

$$\boxed{\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{3}{(p^2+6p+5)}}$$

2pts

2. Les pôles de la fonction de transfert ?

$$\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{N(p)}{N(p)},$$

$$N(p)=(p^2+6p+5)=(p+5)(p+1) \quad les\ poles\ sont \quad \boxed{p_1=-5;\ p_1=-1}$$

0.5pts

Le système a deux pôles réels négatifs donc son régime de fonctionnement est apériodique amorti. 0.5pts

3. $s(t)$? avec $e(t)=1.u(t)$

$$S(p)=E(p)\frac{3}{(p+5)(p+1)}=\frac{3}{p(p+5)(p+1)}$$

$$s(t)=L^{-1}\{S(p)\}=L^{-1}\left\{\frac{3}{p(p+5)(p+1)}\right\}$$

0.25pts

$$S(p)=\frac{3}{p(p+5)(p+1)}=\frac{A}{p}+\frac{B}{(p+5)}+\frac{C}{(p+1)}=\frac{A(p+5)(p+1)+Bp(p+1)+Cp(p+5)}{p(p+5)(p+1)}$$

$$on\ prend: \quad 3=A(p+5)(p+1)+Bp(p+1)+Cp(p+5)$$

$p=0: \quad 3=A(5)(1)=5A \Rightarrow \quad \boxed{A=\frac{3}{5}}$ 0.25pts

$p=-5: \quad 3=B(-5)(-4)=20B \Rightarrow \quad \boxed{B=\frac{3}{20}}$ 0.25pts

$p=-1: \quad 3=C(-1)(4)=-4C \Rightarrow \quad \boxed{C=-\frac{3}{4}}$ 0.25pts

$$S(p)=\frac{3/5}{p}+\frac{3/20}{(p+5)}+\frac{-3/4}{(p+5)}$$

$$\boxed{s(t)=L^{-1}\{S(p)\}=\frac{3}{5}+\frac{3}{20}e^{-5t}-\frac{3}{4}e^{-t}}$$

1pts

4. $\lim s(t \to 0^+)$?

$$\lim s(t \to 0^+) = \lim_{p \to \infty} pS(p) = \lim_{p \to \infty} p \frac{3}{p(p+5)(p+1)} = 0$$

$$\boxed{\lim s(t \to 0^+) = 0}$$

0.5pts

$$\lim s(t \to +\infty) = \lim_{p \to 0} pS(p)$$

$pS(p)$ a 3 pôles (0 ;-5 ;-1) placés à gauche dans le demi plan complexe. Aucun pôle sur l'axe imaginaire (à exception du pôle à l'origine) et aucun pole dans demi-plan droit. Donc on peut calculer $\lim s(t \to +\infty)$

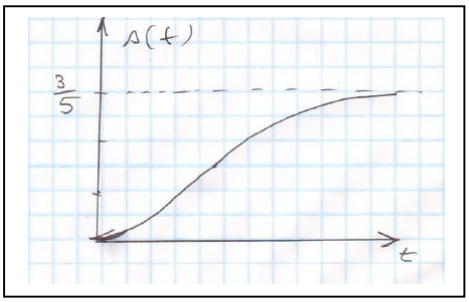
$$\lim s(t \to \infty^+) = \lim_{p \to 0} pS(p) = \lim_{p \to 0} p \frac{3}{p(p+5)(p+1)} = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{\lim s(t \to \infty^+) = \frac{3}{5}}$$

0.5pts

5. L'allure de s(t)

1pts



Exercice :3

2-Méthode de MASSON

- Trouver les chaines directes et leurs gains

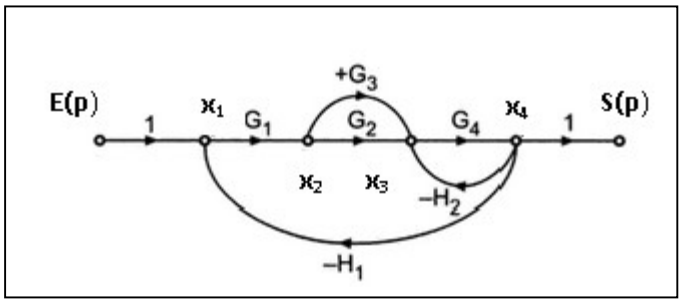
Il existe deux chaines directes $\Rightarrow j = 2$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum M_J \Delta_J}{\Delta};$$

0.5pts

$$J = 2 \Rightarrow \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2}{\Delta}$$

$$avec \quad M_1 = G_1G_2G_4; M_2 = G_1G_3G_4$$



0.5pts

- Trouver les boucles et leurs gains

$$boucle\,1 = -G_1G_2G_4H_1$$
$$boucle2 = -G_1G_3G_4H_1$$
$$boucle\,3 = -G_4H_2$$

0.5pts

- Trouver Δ_J

$$\Delta_J = 1 - \text{Boucles restantes après elimination de la chaine J}$$

$$\Rightarrow \Delta_1 = 1$$

$$\Rightarrow \Delta_2 = 1$$

0.5pts

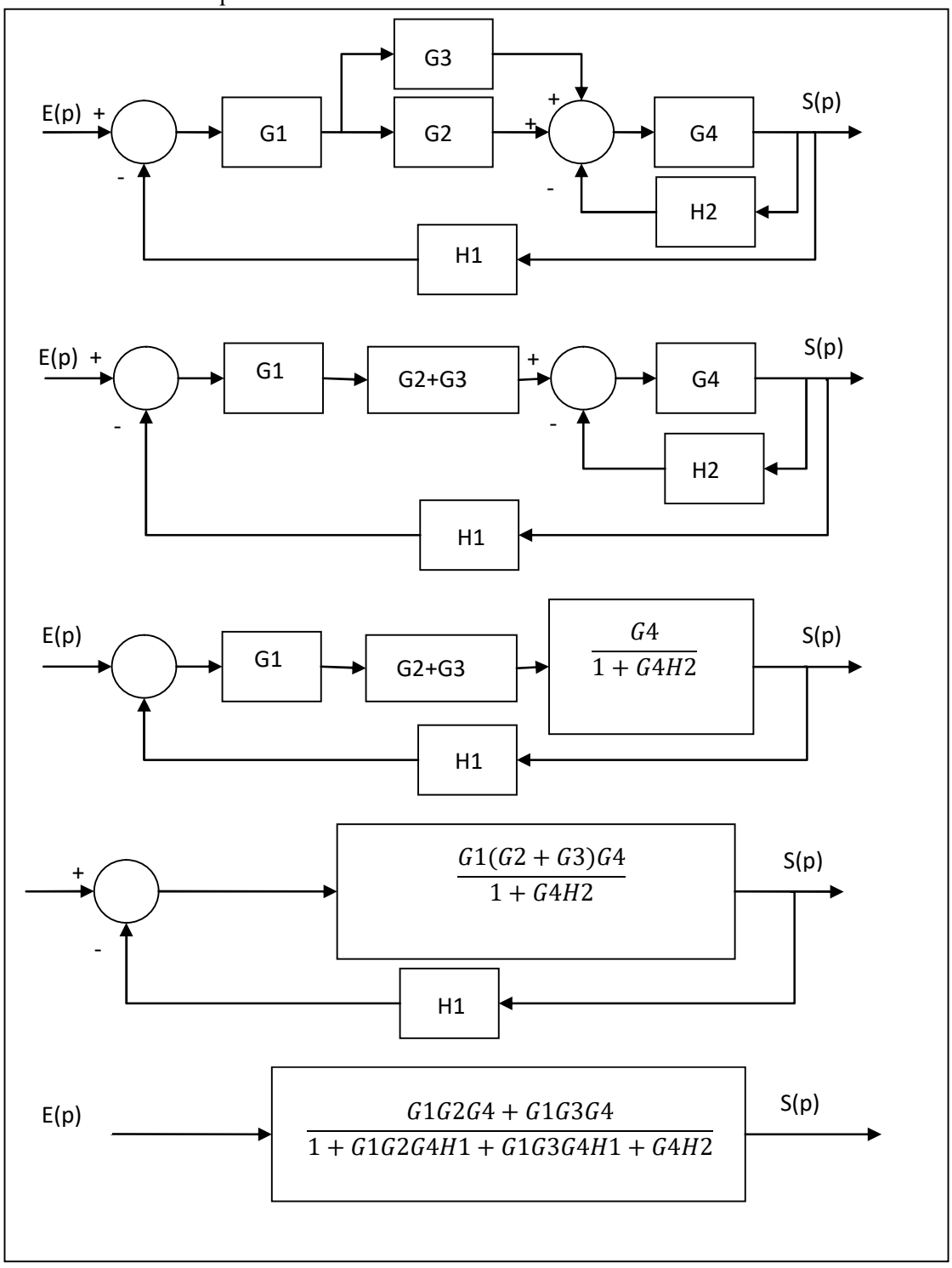
- Trouver Δ

$$\Delta = 1 - (\sum gains\ des\ boucles)$$
$$+ (produit\ des\ gains\ de\ toutes\ les\ paire\ possible\ de\ boucle\ ne\ se\ touchant\ pas)$$
$$- (\ldots\ldots\ldots$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 + G_1G_2G_4H_1 + G_1G_3G_4H_1 + G_4H_2$$ 0.5pts

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1G_2G_4 + G_1G_3G_4}{1 + G_1G_2G_4H_1 + G_1G_3G_4H_1 + G_4H_2}$$ 0.5pts

1-Méthode de simplification successive des blocs fonctionnels



Exercice :2

$$D(p)=\frac{4(1+p)}{p(1+\frac{p}{2})(1+4p)}=\frac{K(1+T_1p)}{p(1+T_2p)(1+T_3p)} \quad avec \begin{cases} K=4 \\ T_1=1s \Rightarrow \omega_1=1rd/s \\ T_2=\frac{1}{2}s \Rightarrow \omega_2=2rd/s \\ T_3=4\ s \Rightarrow \omega_3=\frac{1}{4}rd/ \end{cases} \Rightarrow \omega_3 \prec \omega_1 \prec \omega_2$$

1pts

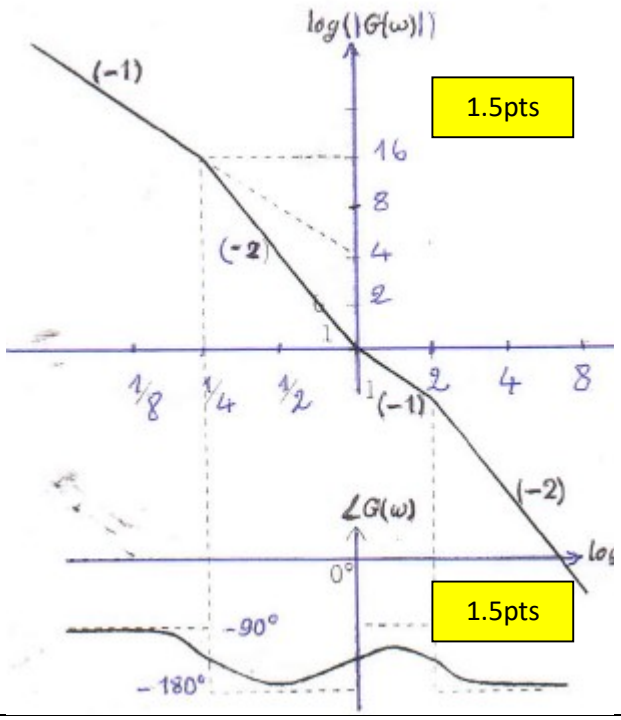
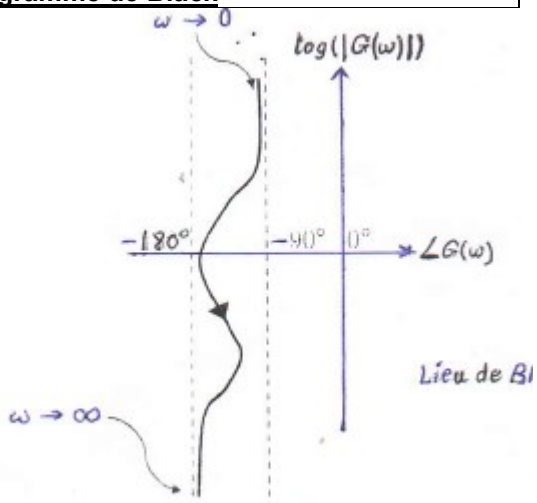
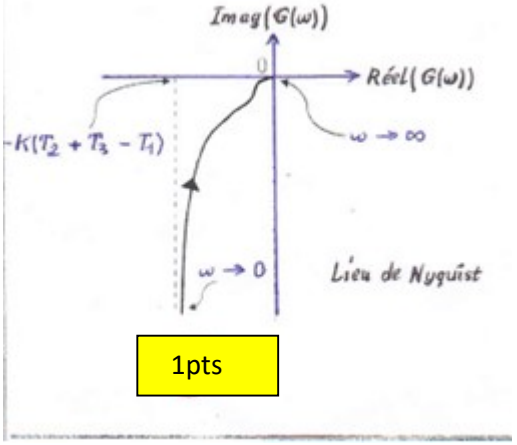
Diagramme de Bode	Diagramme de Black
 1.5pts 1.5pts	 1pts

Diagramme de Nyquist	
Pour le lieu de Nyquist, il faut verifier le tracé au voisinage de $\omega=0$ en calculant les parties imaginaires et réelles de $G(\omega)$ et les faire tendre vers zéro. $\begin{cases} \lim\limits_{\omega\to 0} Réel[G(j\omega)]=-K(T_2+T_3-T_1) \\ \lim\limits_{\omega\to 0} \mathrm{Im}ag[G(j\omega)]=-\infty \end{cases}$ 1pts	 1pts

Examen Matière : Système Asservis :
2017/2018

Exercice 1 (07 pts)

On considère un système, d'entrée e(t) et de sortie s(t), régit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 6\frac{ds(t)}{dt} + 5s(t) = 3e(t) \quad avec \quad s(0) = \dot{s}(0) = \ddot{s}(0) = 0$$

1. Déterminer la fonction de transfert du système. (2 pts)
2. Déterminer les pôles de la fonction de transfert, déduire le régime du système. (1pts)
3. Déterminer la sortie s(t) lorsque son entrée est un échelon unitaire e(t)=1.u(t). (2pts)
4. Déterminer la valeur initiale de $s(t \to 0^+)$ et la valeur finale de $s(t \to \infty)$. (1 pts)
5. Tracer l'allure de la réponse du système s(t). (1 pts)

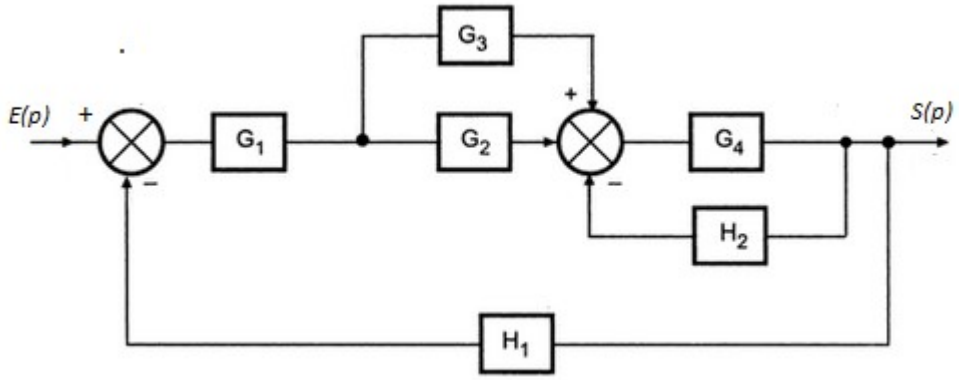
Exercice 2 (07 pts)

On donne G(p), la fonction de Transfert en *Boucle Ouverte* suivante

$$G(p) = \frac{4(p+1)}{p(1+\frac{p}{2})(1+4p)}$$

1. Tracer le diagramme de Bode (*asymptotes pour le gain*). (4 pts)
2. Tracer, approximativement, les lieux de Nyquist et de Black. (3 pts)

Exercice 3 (06 pts)

Calculer la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$, en utilisant deux méthodes :

1. La méthode de simplification successive des blocs fonctionnels. (3pts)
2. La méthode de Masson. (3pts)