2017/2018

# Corrigé type d'examen CSL — L3 - Auto

**Par : Dr. TOLBI . B**

## Exercice 01 : (4pts)

1) * la forme canonique de la F.T pour un système du 1er ordre :

(0,5) $$F.T = \frac{K}{1 + Tp}$$

* " " " " " " du 2ème ordre :

(0,5) $$F.T = \frac{K = \frac{a}{w_0^2}}{\frac{1}{w_0^2}p^2 + \frac{2\xi}{w_0}p + 1}$$

(0,5) 2) • La F.T de l'ensemble en cascade est égale : la multiplication de tous les éléments

(0,5) • " " " en parallèle " " la somme " " " "

3) la forme générale pour la F.T d'un :

(0,5) * PI : $F.T = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ ou $K_p\left(\frac{1 + T_i p}{T_i p}\right)$

(0,5) * PID : $F.T = K_p\left(1 + T_d p + \frac{1}{T_i p}\right)$

(1) 4) La matrice d'observabilité :

$$[O]_{([A](B))} = \begin{bmatrix} (C) \\ (C)[A] \\ (C)[A]^2 \\ \vdots \\ (C)[A]^{n-1} \end{bmatrix}$$

## Exercice 02 : (10pts)

(2) 1) La F.T globale : $H(p) = \frac{H_1 - H_2}{1 + (H_1 - H_2)(H_3 - H_4)}$

2) La stabilité : $H(p) = \frac{2p+1}{1 + (2p+1)(4p+1)}$

(1) $D(p) = P(p) = 1 + (2p+1)(4p+1) = 8p^2 + 10p + 4$

(1)

| | | |
|---|---|---|
| $p^2$ | 8 | 4 |
| $p^1$ | 10 | 0 |
| $p^0$ | 4 | |

(1)
- La condition nécessaire mais pas suffisante : tous les coefficants de P(p) existent et non nuls
- d'après la table de Routh, tous les termes de la 1er colones sont de même signe ⟹ système est stable.

(0,5) 3) le régulateur est PD ⟶ $C(p) = K_p(1 + T_d p)$

(0,5) $$F.T.B.O = \frac{K_p(1+T_d p)(2p+1)}{1 + (2p+1)(4p+3)}$$

(0,5) $$F.T.B.F = \frac{K_p(1+T_d p)(2p+1)}{\left(\frac{8 + 2K_pT_d}{K_p + 4}\right)p^2 + \left(\frac{10 + 2K_p + K_pT_d}{K_p + 4}\right)p + 1}$$

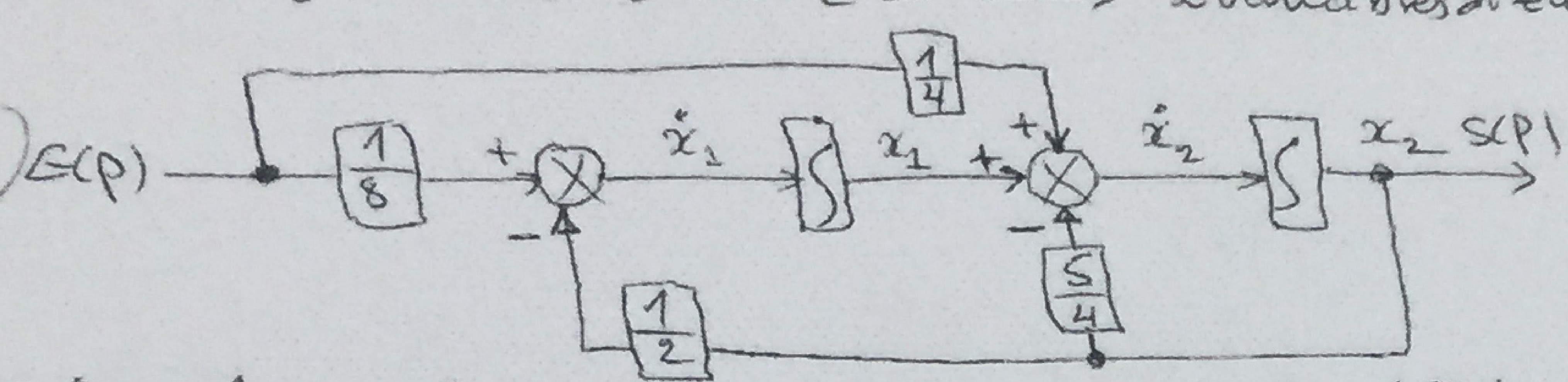
$\Leftrightarrow \begin{cases} K_p = 4 \\ T_d = 3 \end{cases}$ (0,25) $\Rightarrow \boxed{C(p) = 4(1 + 3p)}$ (0,25)

4) La representation sous forme compagne observable :

0,5 $H(p) = \dfrac{p+1 \quad \times \frac{1}{8}p^{-2}}{8p^2+10p+1 \quad \times \frac{1}{8}p^{-2}} = \dfrac{\frac{2}{8}p^{-1}+\frac{1}{8}p^{-2}}{1+\frac{10}{8}p^{-1}+\frac{4}{8}p^{-2}} = \dfrac{\frac{1}{4}p^{-1}+\frac{1}{8}p^{-2}}{1+\frac{5}{4}p^{-1}+\frac{1}{2}p^{-2}} = \dfrac{S(p)}{E(p)}$

0,5 $\Leftrightarrow S(p) = \left[-\frac{5}{4}\left(\frac{1}{p}\right)^1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p}\right)^2\right]S(p) + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{p}\right)^1+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{p}\right)^2\right]E(p)$

Alors : le système est d'ordre 2 $\longrightarrow$ 2 variables d'état $\rightarrow$ 2 intégrateurs

1 


$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{8}e(t) - \frac{1}{2}x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - \frac{5}{4}x_2 + \frac{1}{4}e(t) \\ s(t) = x_2 \end{cases} \text{ 0,5} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{5}{4} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} e(t) \\ S(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0\, e(t) \end{cases} \text{ 0,5}$$

Exercice 03 : (6pts)

1 1) Le type du correcteur qu'on doit l'utilisé est " PI "

*) calcule des paramètres :

$FTBO_s = k_p\left(\frac{1+T_ip}{T_ip}\right)\frac{3}{6p+3} = \frac{k_p(1+T_ip)}{T_ip(1+2p)}$ supposons que $\boxed{T = T_i = 2}$ 0,5

Alors : $F.T.B.O_s = \frac{k_p\cancel{(1+T_ip)}}{T_ip\cancel{(1+T_ip)}} = \frac{k_p}{T_ip} = \boxed{\frac{k_p}{2p}}$ 0,5

$F.T.B.F = \frac{\cancel{k_p}}{\cancel{k_p}(1+\frac{2}{k_p}p)} = \frac{1}{1+\frac{2}{k_p}p}$ 0,5 Donc La nouvelle constante du temps

est la suivante : $T' = \frac{2}{k_p}$ ; $t_r = 3T = 3\times 2 = 6$

3 fois plus petit c.à.d $\frac{t_r}{3} = t'_r = \frac{6}{3} = 2$

or : $t'_r = 3T' = 3 * \frac{2}{k_p} \Rightarrow k_p = \frac{3\times 2}{t'_r} = \frac{3\times 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Donc : $\begin{cases} k_p = 3 \text{ 0,5} \\ T_i = T = 2 \end{cases}$

2) La commandabilité : $[C]_{AB} = [B \ \ AB]$ 0,5

$[AB] = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow [C]_{AB} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

0,5 $\det\{[C]_{AB}\} = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 16 \neq 0 \Rightarrow$ système est commandable.

* La F.T globale:

0,5 $G(p) = (C)(pI - A)^{-1}(B)$ ; $(pI - A) = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} p+2 & -4 \\ 2 & p+1 \end{pmatrix}$ 0,5

$$\Rightarrow (pI - A)^{-1} = \frac{1}{\det(pI - A)} \begin{bmatrix} p+1 & +4 \\ -2 & p+2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(p+2)(p+1)+8} \begin{bmatrix} p+1 & +4 \\ -2 & p+2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{p^2+3p+10} \begin{bmatrix} p+1 & +4 \\ -2 & p+2 \end{bmatrix}$$ 0,5

$$\Rightarrow G_2(p) = \frac{1}{p^2+3p+10} (1 \ \ 0) \begin{pmatrix} p+1 & +4 \\ -2 & p+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{p^2+3p+10} (1 \ \ 0) \begin{pmatrix} p+9 \\ 2p+2 \end{pmatrix} = \frac{p+9}{p^2+3p+10} = G_2(p)$$ 0,5

---

La consultation est Programmée pour :

Mardi 30 janvier 2018

de : 9h à 10h

Mr: Tolbi