

TD 2 : Cinématique

Exercice 01 : M^{vt} d'un point

Une particule se déplace avec une accélération donnée par $\vec{\gamma} = e^{-t} \vec{i} + 5 \sin(t) \vec{j} - 3 \cos(t) \vec{k}$ en coordonnées cartésiennes. A $t=0$ s, la particule est située en (1, 0, 3) sa vitesse est alors (1, 2, -1). Déterminer la vitesse et la position de la particule quelque soit t .

Exercice 02 : M^{vt} rectiligne uniformément varié

Un mobile M est animé d'un mouvement uniformément varié. A l'instant $t=0$, il est à l'abscisse $x_0 = -1$ m. A l'instant $t=1$ s, il est à l'abscisse $x_1 = 2$ m. A l'instant $t=3$ s, il est à l'abscisse $x_2 = -4$ m. Formuler l'équation horaire. Donner la loi $v=f(t)$. Déterminer γ , v_0 . Etudier le mouvement.

Exercice 03: M^{vt} parabolique

Soit la courbe trajectoire de M définie par :

$$x = v_1 \cdot t + x_0 ; y = -c \cdot t^2 + v_2 \cdot t + y_0 ; t \in [0, +\infty[$$

($v_1, v_2, c; x_0$ et y_0 étant des constantes positives)

1. Représenter la trajectoire ;
2. Quelle est le module de la vitesse $v(t)$ à l'instant t ?
Calculer ce module pour t_1 pour lequel cette vitesse est minimale ;
3. Calculer à t_2 pour lequel $v(t_2) = v(t=0)$;
Calculer $y(t_2)$ et conclure.

Exercice 04: M^{vt} Hélicoïdal

Un point matériel M est animé d'un mouvement défini par les équations $x(t)=R \cdot \cos(\omega t)$, $y(t)=R \cdot \sin(\omega t)$ et $z=v_0 \cdot t$ dans un système d'axes orthonormés directs Oxyz; R , v_0 et ω sont des constantes positives

- a. Ecrire les équations cartésiennes de la trajectoire sous la forme $x=f(t)$, $y=g(t)$. Ecrire également l'équation de la projection de cette trajectoire sur le plan xOy.

- b. Caractériser en quelques mots, les mouvements projetés sur les axes et sur le plan xOy.

- c. la trajectoire étant orientée dans le sens des z croissants, donner en fonction de R , v_0 et ω l'expression de la vitesse $\frac{ds}{dt}$, ainsi que celle de l'abscisse curviligne "s" du mobile à l'instant t , en prenant $s=0$ pour $t=0$.

3.

- a. Calculer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{\gamma}$, puis celles des accélérations tangentielle et normale (γ_t et γ_n).

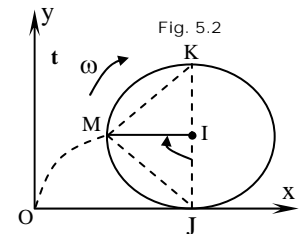
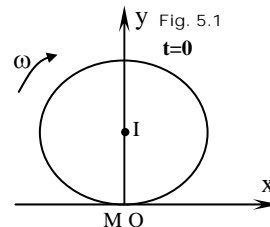
- b. Caractériser la normale principale à la trajectoire et calculer le rayon de courbure R_c que l'on exprimera en fonction de R et θ .

Exercice 05: M^{vt} cycloïdal

Dans le plan xOy, un cercle de centre I, de rayon r , roule sans glisser sur l'axe Ox avec une vitesse angulaire constante ω (Fig. 5.1). On désigne par J le point de contact du cercle avec Ox et par K le point diamétralement opposé (Fig. 5.2).

A l'instant initial, un point M du cercle coïncide avec le point O.

1. Quelles sont les coordonnées de M à l'instant t et la nature de sa trajectoire?
2. Calculer les composantes et le module de la vitesse de M. Montrer qu'elle est dirigée suivant \overrightarrow{MK} . Que devient cette vitesse lorsque M passe par J?
3. Calculer les modules et les directions des accélérations $\vec{\gamma}$, γ_t et γ_n .
4. En déduire la valeur du rayon de courbure de la trajectoire.



Exercice 06: Système Bille-manivelle

Une tige OA, de longueur r , est animée autour du point O d'un mouvement circulaire uniforme ($\omega = \text{Cste}$). Une deuxième tige AB de longueur R permet de transformer le mouvement de rotation de OA en un mouvement de translation si B est assujéti à se déplacer sur Ox (système bille-manivelle: Fig. 6). On a $r \leq R$.

1. Etablir en fonction du temps la loi de variation de l'abscisse $OB=x$ du point B. ce mouvement est-il sinusoïdal.
2. En déduire l'expression de la vitesse de B. Pour quelles valeurs de θ et t est-elle nulle?
3. Montrer que si $r=R$ (B oscillant de part et d'autre de O) le mouvement est sinusoïdal.

