



Université Djillali Liabès de Sidi-Bel-Abbès.

Semestre-4

Faculté des Sciences de l'Ingénieur.

Chapitres N° 2 et N° 3

2^{ème} Année L.M.D-Sciences & Techniques.

Fiche De T.D.° 2

Fonctions Élémentaires & Formule De Cauchy.

Exercice ①

Démontrer les formules suivantes :

1 • $\sin iz = i \operatorname{sh} z$,

2 • $\operatorname{ch} iz = \cos z$,

3 • $\operatorname{sh} \left(z + \frac{\pi i}{2} \right) = i \operatorname{ch} z$,

4 • $\operatorname{th} \left(z + \frac{\pi i}{2} \right) = \operatorname{coth} z$,

5 • $\operatorname{ch}(z + z') = \operatorname{ch} z \operatorname{ch} z' + \operatorname{sh} z \operatorname{sh} z'$.

Exercice ②1. Calculer l'exponentielle des nombres suivants, $3 - i\pi$, $1 + i$, -1 , e^i .2. Calculer le logarithme des nombres suivants, $3 + 4i$, 1 , -1 , $-5 + 12i$.

3. Calculer en utilisant la détermination principale du logarithme :

 $\mathcal{X} = \operatorname{Log} ab - \operatorname{Log} a - \operatorname{Log} b$, où a et b sont deux réels strictement négatifs.**Exercice ③**

Déterminer le module des fonctions complexes suivantes :

$$f(z) = \sin z, \quad g(z) = \cos z, \quad h(z) = \operatorname{sh} z, \quad k(z) = \operatorname{tg} z.$$

Exercice ④Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

$$\sin z = 3, \quad \cos z = \operatorname{ch} z, \quad e^z = 1 + i, \quad e^{iz} + \sin z = 0.$$

Exercice ⑤

Calculer les intégrales curvilignes suivantes :

$$\int_{\gamma_1} |z| dz \quad \text{où } \gamma_1 \text{ est la ligne polygonale } [0, 1 + i, 2].$$

$$\int_{\gamma_2} \frac{dz}{z - 3} \quad \text{où } \gamma_2(t) = 2 + 5e^{it}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

$$\int_{\gamma_3} \frac{e^{2z} dz}{(z + 1)^4} \quad \text{où } \gamma_3(t) = 3e^{-3it}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

$$\int_{\gamma_4} \frac{(\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2) dz}{(z - 2)(z - 4)} \quad \text{où } \gamma_4(t) = 3e^{it}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

$$\int_{\gamma_5} \frac{\sin 3z dz}{(z^2 + \pi)^2} \quad \text{où } \gamma_5 \text{ est le polygone parcouru 25 fois :}$$

$$[-1 - 2i, 1 - i, 1 + i, -1, -1 - 2i].$$

$$\int_{\gamma_6} z e^{z^2} dz \quad \text{où } \gamma_6 \text{ est le polygone parcouru une fois :}$$

$$[0, -1 + 2i, 2i + 3, i, 1 - i, 2].$$