# Loi Normale
# Loi normale centrée réduite

Pr. M.TALEB

# I. Introduction

- La loi de Laplace-Gauss est une loi si fréquente qu'on la nomme aussi loi normale.
- Plusieurs phénomènes dans la nature suivent la loi normale.
- Elle est utilisée comme modèle théorique dans les ajustements des distributions expérimentales ( Observées)
- La loi normale constituent la base du fondement théorique de la statistique inductive.

# Principe:

- Soit une variable continue x pouvant prendre toutes les valeurs de - ∞ à + ∞, on dira qu'elle suit une loi normale de moyenne μ d'écart- type "$\sigma$" si sa densité de probabilité s'exprime sous la forme :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

On notera en abrégé que x suit une loi normale. de moyenne μ et d'écart – Type $\sigma$

de la façon suivante : N ( μ, $\sigma$ ) .

où:

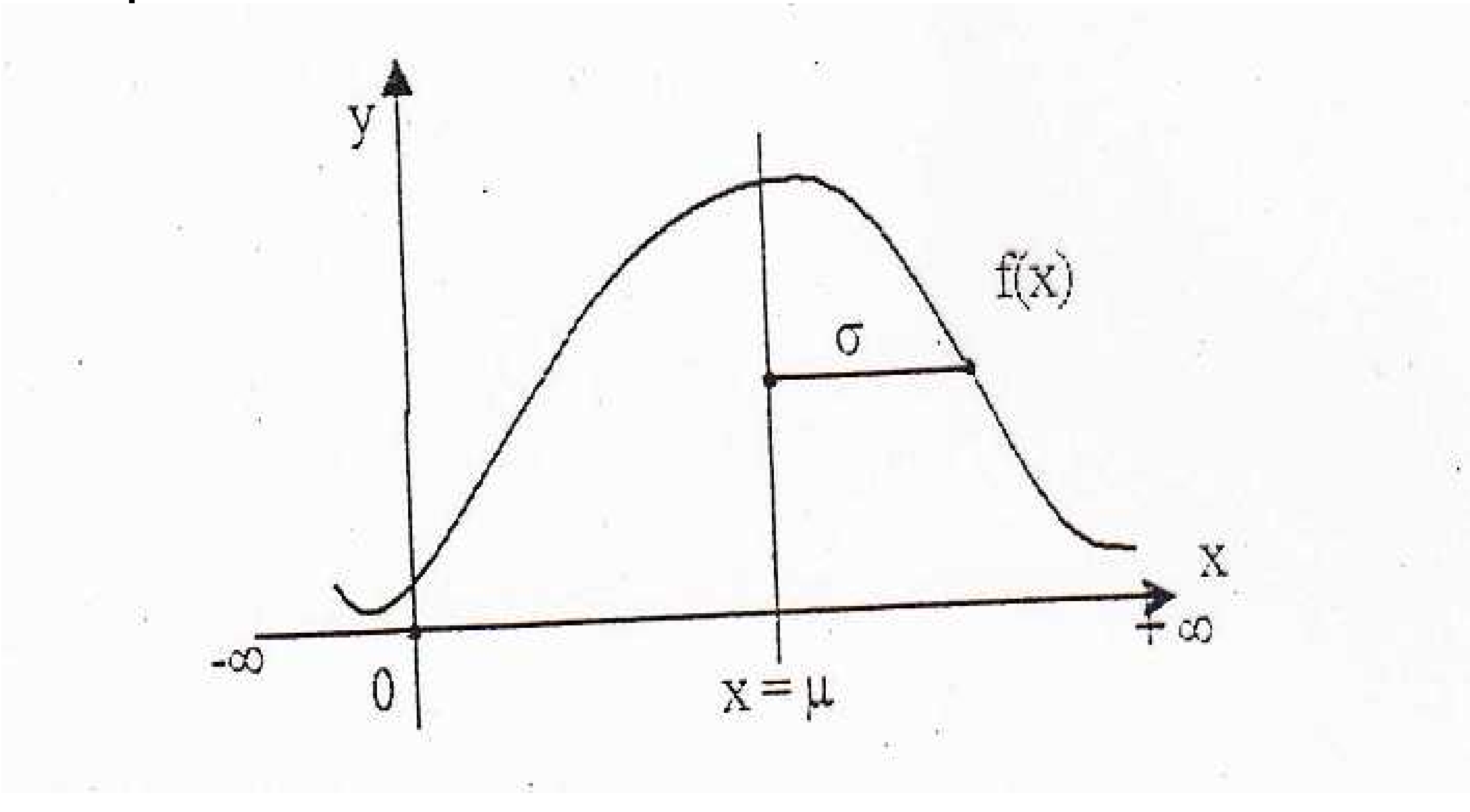
$\pi$ = 3,14 (constante)

e = ( base du logarithme népérien )

μ : la moyenne

$\sigma$ : l'écart -type

- La densité de probabilité de la loi normale est une fonction qui est représentée graphiquement par la courbe dite en « cloche » :



- Déduction:

La courbe de la loi est symétrique , (axe de symétrie $X = \mu$ )

La surface de la courbe est égale à 1 ( Densité de la probabilité)

$F(x) \geq 0$ ( propriété des probabilités $P(x) \geq 0$)

# Loi normale centrée réduite

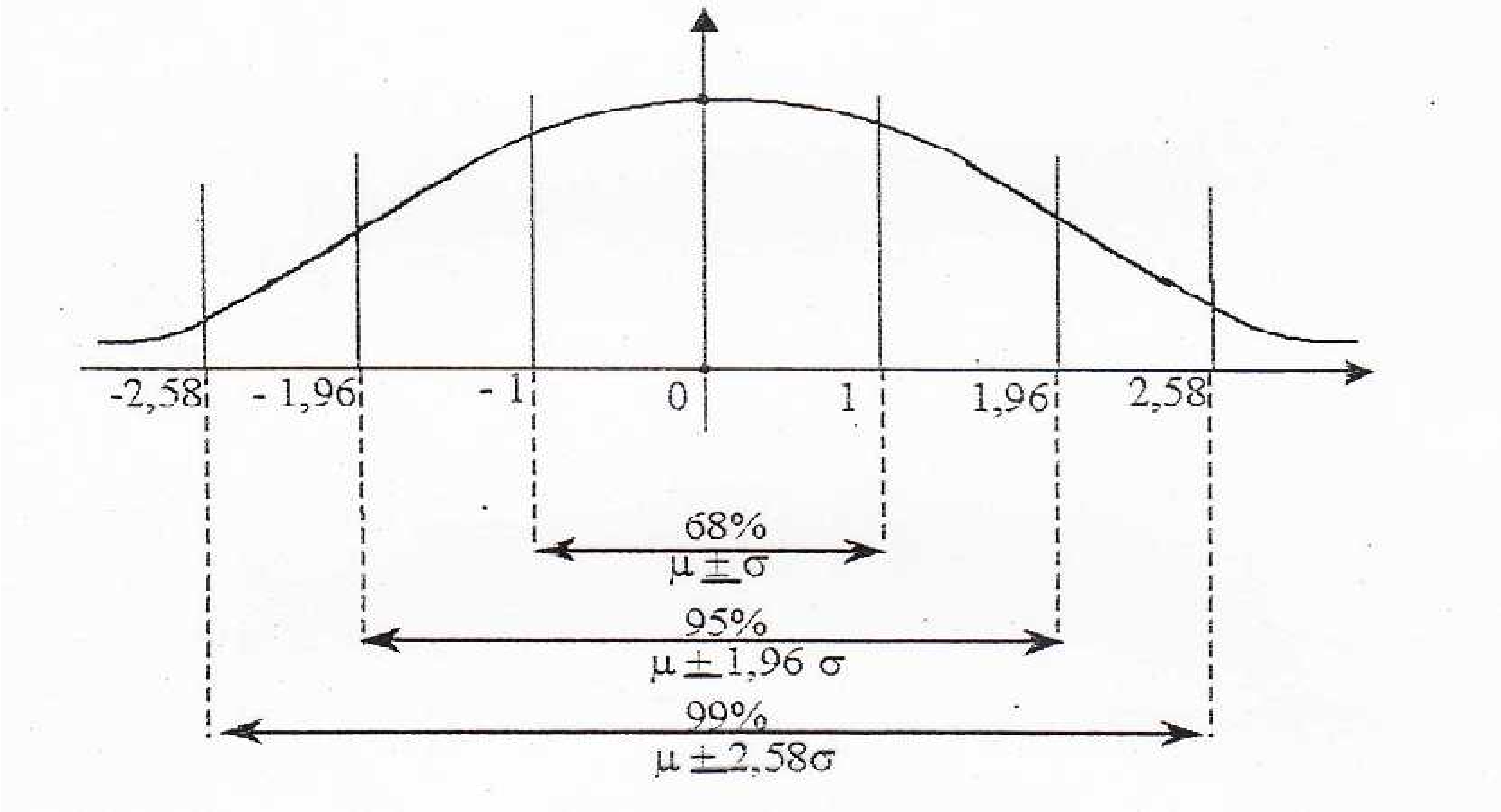
<u>*Alors :*</u>

$$P(\mu+\sigma \geq x \geq \mu-\sigma) = P(1 \geq t \geq -1) = 0{,}68 = 68\ \%$$

$$P(\mu+1{,}96\sigma \geq x \geq \mu-1{,}96\sigma) = P(1{,}96 \geq t \geq -1{,}96) = 0{,}95 = 95\ \%$$

$$P(\mu+2{,}58\sigma \geq x \geq \mu-2{,}58\sigma) = P(2{,}58 \geq t \geq -2{,}58) = 0{,}99 = 99\ \%$$

# Applications de la loi normale



Conclusion:

- Dans une distribution normale on retrouve :

⇒ 68 % des observations dans l'intervalle $\mu \pm \sigma$

⇒ 95 % des observations dans l'intervalle $\mu \pm 2\,\sigma$

⇒ 99 % des observations dans l'intervalle $\mu \pm 2{,}58\sigma$

# Détermination des intervalles remarquables

On suppose que $x$ est une variable aléatoire continue distribuée normalement selon les paramètres $\mu$ et $\sigma$.

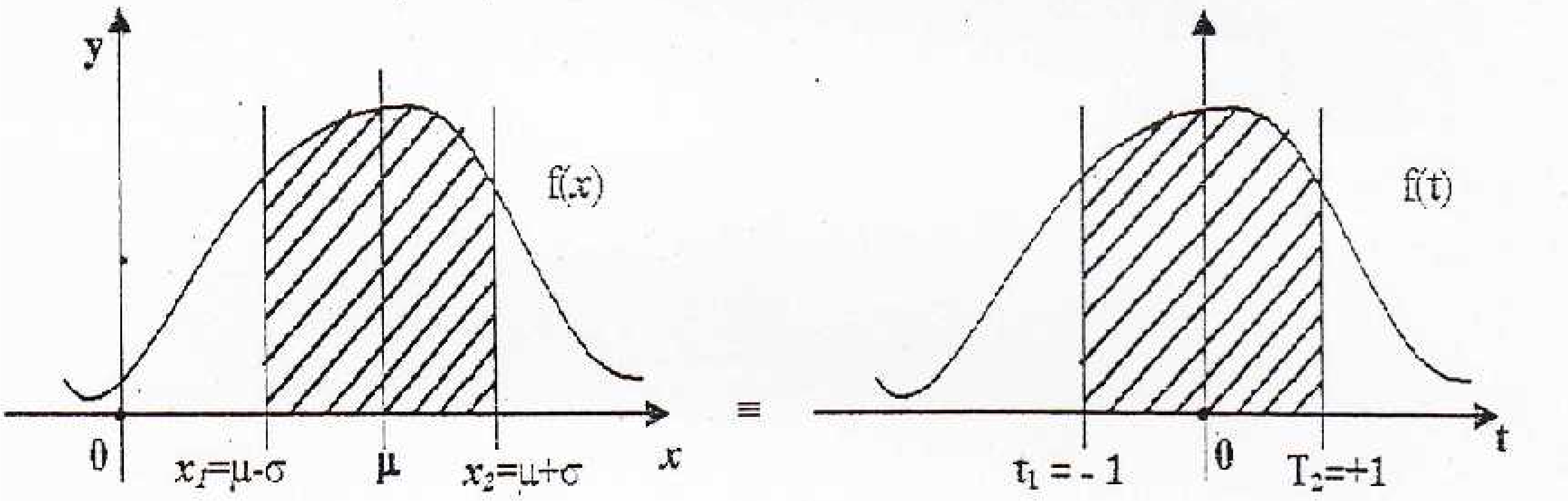
$\boxed{\text{CAS N° 1}}$ : $P(\mu + \sigma \geq x \geq \mu - \sigma) = ?$

**<u>Première étape :</u>** calcul des variables centrées réduites

$$t_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma} = -1$$

$$t_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma} = +1$$

**Deuxième étape :** Schéma.



**Troisième étape :** utilisation de la table

$$P(\mu+\sigma \geq x \geq \mu-\sigma) = P(+1 \geq t \geq -1) = G(-1) + G(1)$$
$$= G(1) + G(1) = 2x\ 0{,}3413 = 0{,}68$$

$$\Rightarrow P(\mu+\sigma \geq x \geq \mu-\sigma) = 68\ \%$$

# Loi normale centrée réduite

$\boxed{\text{CAS N° 2}}$ :

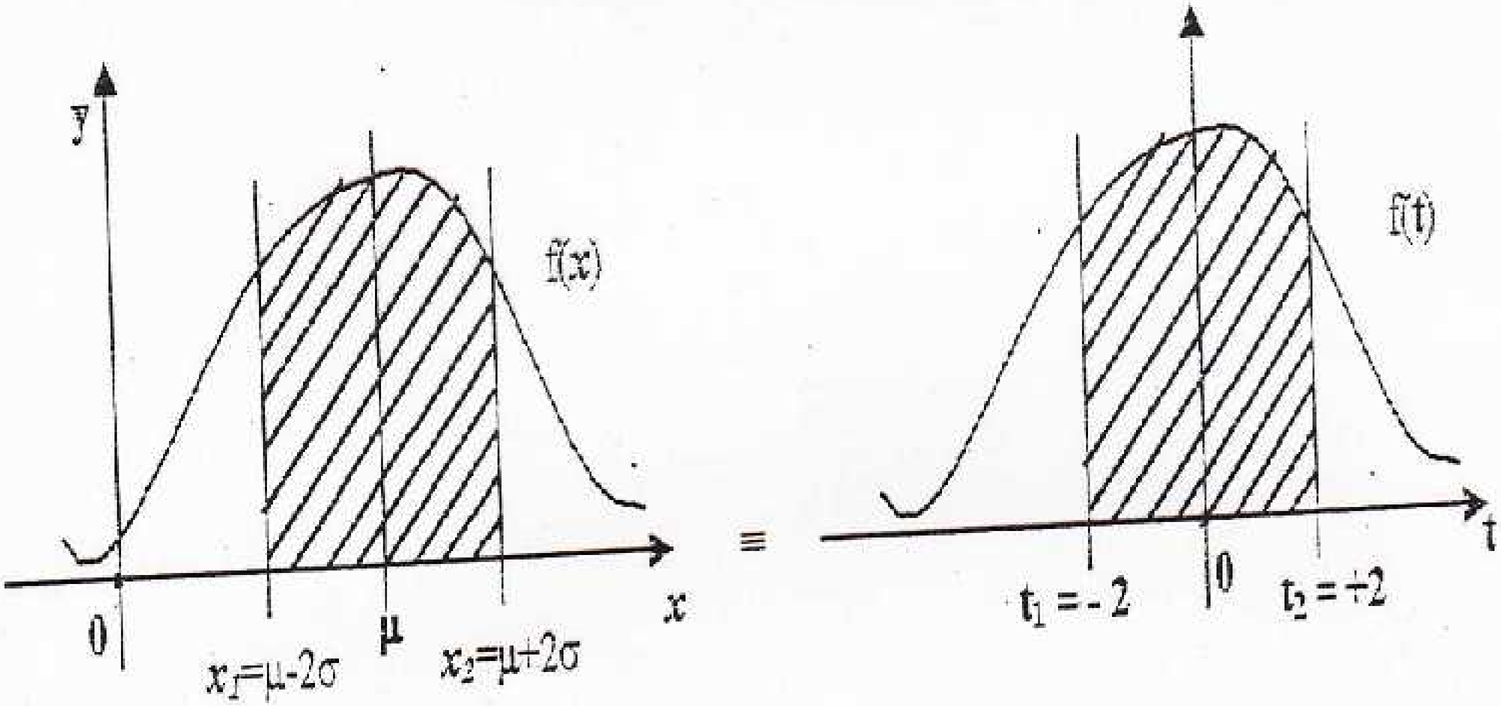
$$P(\mu + 2\sigma \geq x \geq \mu - 2\sigma) = ?$$

**<u>Première étape :</u>** calcul des variables centrées réduites

$$t_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{\mu - 2\sigma - \mu}{\sigma} = -2$$

$$t_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{\mu - 2\sigma - \mu}{\sigma} = +2$$

**Deuxième étape :** Schéma.



**Troisième étape :** utilisation de la table

$$P(\mu+2\sigma \geq x \geq \mu-2\sigma) = P(+2 \geq t \geq -2) = G(-2) + G(2)$$
$$= G(2) + G(2) = 2 \times G(2) = 2 \times 0{,}4772$$
$$= 0{,}9544$$

$$\Rightarrow P(\mu+2\sigma \geq x \geq \mu-2\sigma) = 95\ \%$$