

Paramètres de dispersion

Pr. M.TALEB

1.Introduction

- Les paramètres de dispersion sont calculés pour les variables statistiques quantitatives.
- Ils ne donnent pas une information complète sur une variable statistique X : en effet, deux variables qui ont la même moyenne peuvent se présenter avec des dispersions très différentes.

Paramètres de dispersion

- Etendue
- Quartiles et Déciles
- Variance et écart type

2.1 Etendue

- Soit X une variable statistique réelle discrète.
L'étendue w de X est la différence entre la plus grande valeur de X et la plus petite valeur de X :

$$W = X_{max} - X_{min}$$

Son intérêt est limité par le fait qu'il dépend uniquement des valeurs extrêmes, qui peuvent être des valeurs aberrantes.

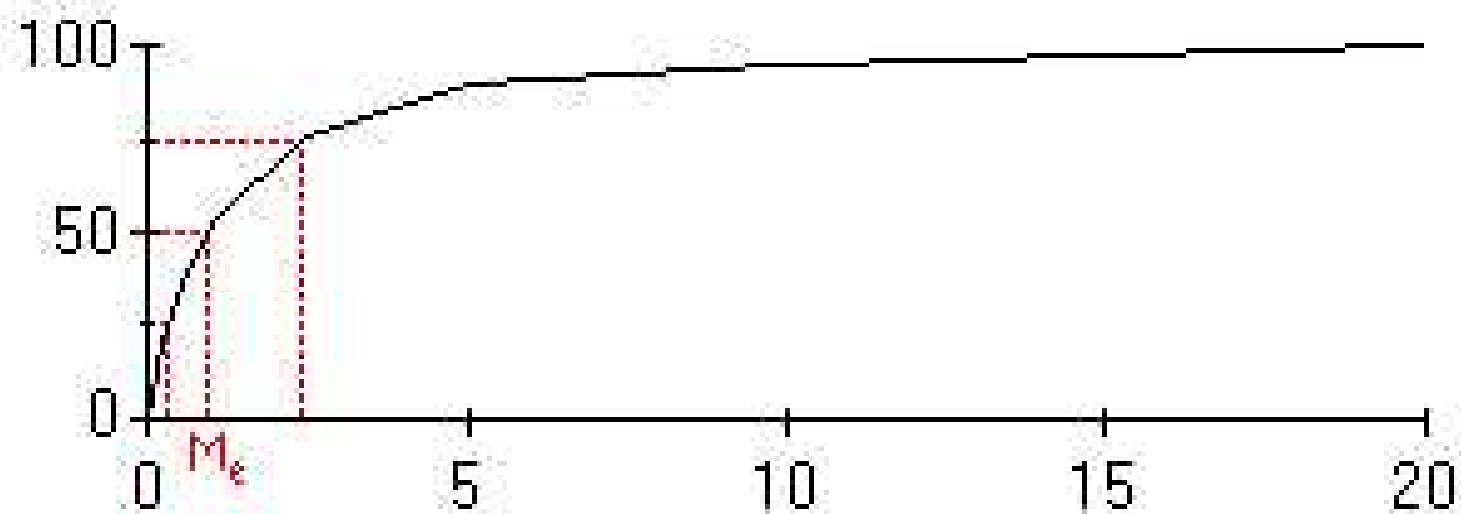
2.2 Quartiles et Déciles

a) Variable statistique continue.

- Pour une variable statistique quantitative réelle continue X , on appelle **quartiles** les nombres réels Q_1, Q_2, Q_3 , pour lesquels les fréquences cumulées de X sont respectivement 0,25, 0,50, 0,75.
Ce sont les valeurs pour lesquelles l'ordonnée de la **courbe cumulative des fréquences** est respectivement égale à 0,25, 0,50, 0,75.

- Les quartiles partagent l'étendue en quatre intervalles qui ont le même effectif.
- Le deuxième quartile, Q_2 , est égal à la médiane.
- **L'intervalle interquartile** est la différence entre les valeurs du troisième et du premier quartiles : $Q_3 - Q_1$.
L'intervalle $[Q_1, Q_3]$ contient 50 % des valeurs de X .

Courbe cumulative

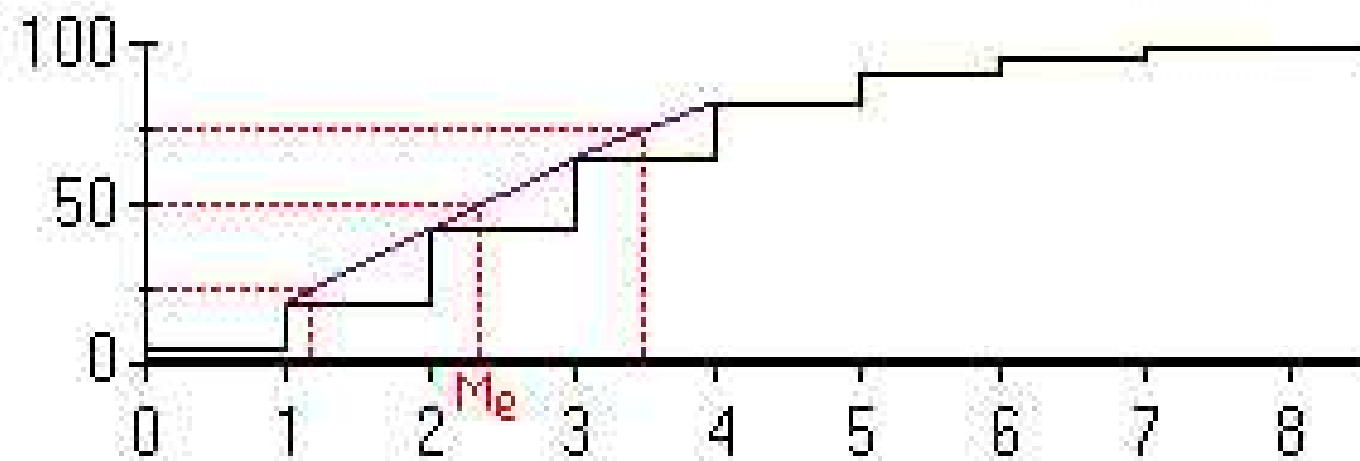


b) Variable statistique discrète.

- Pour une variable statistique réelle discrète X , la courbe des fréquences cumulées est une **courbe en escalier**.

S'il existe une valeur de x pour laquelle la fréquence cumulée est 0,25 (resp. 0,50, 0,75), le quartile correspondant est cette valeur de X .

Courbe en escalier



c) Déciles et percentiles.

- Les 9 déciles sont les nombres réels qui partagent l'étendue en **dix intervalles de même effectif**.
- Les 99 percentiles sont les nombres réels qui partagent l'étendue en **cent intervalles de même effectif**.

2.3 Variance et écart-type.

- a) Définition.
- Soit $X = \{ (x_i, n_i) \}$ une variable statistique réelle. On appelle **variance** de X , la moyenne arithmétique des carrés des écarts de X à sa moyenne :

$$V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2.$$

Elle indique de quelle manière la série statistique se disperse autour de sa [moyenne](#)

Estimation de la variance dans un échantillon:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \{x_i - \bar{x}\}^2$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \{x_i - \bar{x}\}^2$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right\}$$

Exemple

Age de 05 Sujets

$n = 5 \{19, 20, 20, 21, 22\}$

$$\sum_{i=1}^n x_i = \{19 + 20 + 20 + 21 + 22\} = 102$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = \{19^2 + 20^2 + 20^2 + 21^2 + 22^2\} = 2086$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right\} = \frac{1}{4} \left\{ 2086 - \frac{102^2}{5} \right\} = 1,3$$

- On appelle **écart-type** de X la racine carrée $s(X)$ de la variance de X .

$$S = \sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

- Expression des résultats :

La série varie autour d'une moyenne « m »:

$$m \pm S(\text{ecart-type})$$