PROBABILITES

Rappels Mathématiques

Faculté de Médecine

Universitè Djillali Liabès

$1^{\text{ère}}$ année CD

16 Septembre 2015

Plan de cours

Rappels sur les ensembles 1

Notations:

- $\emptyset$ est l'ensemble vide.
- Ω est l'ensemble universel (fondamental).
- $A \subset \Omega$: l'ensemble A est un sous-ensemble de Ω.
- $p \in A \subset \Omega$ si p est un élément A.
- la négation de $x \in A$ est $x \notin A$.

Rappels sur les ensembles 2

Soient A et B deux ensembles quelconques.

- B est partie de A, ou sous-ensemble de A, et l'on note $B \subset A$ ou $A \supset B$, si: $x \in B \Longrightarrow x \in A$.
- $A \cap B$: intersection $\Leftrightarrow$ A **et** B
  - ◇ $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow$ A et B sont **disjoints**
- $A \cup B$: réunion $\Leftrightarrow$ A **ou** B
- $C_\Omega A$ ou $\overline{A}$: complémentaire ou négation $\Leftrightarrow$ **non** A
  - ◇ $A \cup \overline{A} = \Omega$ et $A \cap \overline{A} = \emptyset$.

Rappels sur les ensembles 3

- $A - B$: **Différence:** $\Leftrightarrow \{x : x \in A \text{ et } x \notin B\} = C_A B$ (complémentaire de B relatif à A).
- $A \times B$: **produit** $\Leftrightarrow$ est l'ensemble de tous les couples ordonnés (a, b), avec $a \in A$ et $b \in B$.
  - Exemple: $A = \{a, b, c\}$; $B = \{1, 2\}$,
  - $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$.

Exercice

1. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.
2. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ensembles fini, infinie dénombrable, infinie non dénombrable

- Ensemble **fini** (nombre fini d'éléments)
- Ensemble **infini dénombrable** (les éléments peuvent être numérotés ; exemple: $\mathbb{N}$)
- Ensemble **infini non dénombrable** (les éléments ne peuvent pas être numérotés ; exemple: $\mathbb{R}$)

Ensembles fini, infinie dénombrable, infinie non dénombrable

- On pose: $|\Omega| = Card(\Omega) = n$ **nombre d'éléments de** Ω.
- En pratique, les ensemble infinis non dénombrables sont:
  - les intervalles de $\mathbb{R}$: $\{x \in [a, b]\}$
  - les intervalles de $\mathbb{R}^2$: $\{(x, y) : x \in [a, b], y \in [c, d]\}$.

Ensembles fini, infinie dénombrable, infinie non dénombrable: Exemple

- $A = \{a, b, c\}$ est un ensemble fini;
- $I = \{x \in [0, 1]\}$ est ensemble infini non dénombrable;
- $A = \{n : n \text{ est un entier pair } \}$ est un ensemble infini dénombrable.

Famille des parties

Soit un ensemble A quelconque.

- On appelle famille des parties de A l'ensemble des sous-ensembles de A.
  - Exemple: $A = \{1, 2\} \Rightarrow \mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.
- Une partition de A est une subdivision de A en sous-ensembles disjoints dont la réunion forme A.
  - Exemple: $\{\{1\}, \{2\}\}$ est une partition de A.

Notation

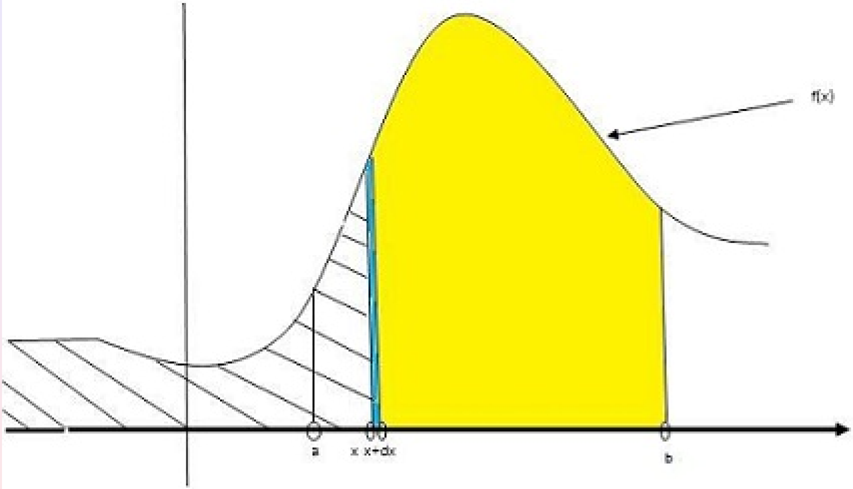
Soit une famille d'ensemble $\{A_i\} = \{A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots\}$ qui peut être finie ou non. On note:

- $\bigcup_i A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n \cup \ldots$.
- $\bigcap_i A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n \cap \ldots$.

Définition, Propriétés

- Soit f une fonction réelle.
  - ◇ L'intégrale de f sur l'intervalle $[a, b]$ est notée $\int_a^b f(x)dx$= surface (l'aire) en jaune.
  - ◇ $f(x)dx$ = surface en bleue
  - ◇ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \quad c \in [a, b]$.
  - ◇ $\int_a^b k(f(x))dx = k \int_a^b f(x)dx$.

Définition, Propriétés



:

Fonction primitive, Propriétés

- $\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ = **primitive** de $f(x)$ = surface hachurée
  - varie lorsqu'on fait varier x de $-\infty$ à $+\infty$.
- Si $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$, alors $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$. Donc F se déduit de f par intégration, et f se déduit de F par dérivation.
- $\int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) - F(a)$.