CORRIGÉ TYPE DE L'EXAMEN

Méthode Numérique & Programmation

Exercice1 ***(10points)***

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$$

a) Soit T l'approximation de I par la méthode de trapèzes, le pas h est donné par,

b) $h = \frac{x_N - x_0}{N} = \frac{\pi}{8}$ ⟸ 01pt

$T = \frac{h}{2}(f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{i=1}^{3} f(x_i)) = \frac{\pi}{16}(0 + 1 + 2[0.382683 + 0.707107 + 0.923883]) = 0987116$ ⟸ 04pts

c) Soit S l'approximation de I par la méthode de Simpson, celle-ci s'écrit :

$S = \frac{h}{3}(y_0 + y_4 + 4(y_1 + y_3) + 2y_2) = \frac{\pi}{8}\frac{1}{3}(0 + 1 + 4(0.382683 + 0.923883) + 2(0.707107)) = 1.000135$ ⟸ 04pts

Les points d'appui donnés dans cet exercice correspondent à la fonction fini ***sin(x)*** et $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 1$. On constate que l'approximation de I par simpson est meilleure Que celle par trapèzes, puisque $|S - I| = 0.000135$ et $|T - I| = 0.012884$ ⟸ 01pt

Exercice2 ***(05points)***

Selon l'algorithme d'Euler :

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + hf(t_n + y_n), \qquad 0 \le n \le 9 \ \ et \ \ h = 0.1 \\ t_{n+1} &= t_n + h \end{aligned}$$ ⟸ 02pts

On calcule les valeurs du tableau :

0.25pt 0.25pt 0.25pt 0.25pt 0.25pt

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_n	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
y_n	1	1.1	1.22	1.362	1.5282	1.7210	1.9431	2.1974	2.4871	2.8158	3.1874

0.25pt 0.25pt 0.25pt 0.25pt 0.25pt 0.25pt