

Module : Mécanique Quantique RelativisteCorrection de l'Examen.Exercice 1: (10pts)

1/ L'énergie de la particule a est deux fois son énergie de repos :

$$\epsilon_a = 2mc^2, \quad \vec{P}_a = (\vec{P}_a, \frac{\epsilon_a}{c}) = (8m\vec{v}_a, 2mc) \quad (1)$$

La particule b est au repos :

$$\vec{P}_b = 0, \quad \epsilon_b = mc^2, \quad \vec{P}_b = (0, mc) \quad (1)$$

Le quadri-vecteur Total :

$$\vec{P} = \vec{P}_a + \vec{P}_b$$

$$\Rightarrow \vec{P}^2 = (\vec{P}_a + \vec{P}_b)^2$$

$$\vec{P}^2 = \vec{P}_a^2 + \vec{P}_b^2 + 2\vec{P}_a \cdot \vec{P}_b \quad (1)$$

En utilisant la relation générale $\vec{P}^2 = -m^2c^2$

$$-M^2c^2 = -m^2c^2 - m^2c^2 - 2 \cdot (2mc)(mc)$$

$$= -2m^2c^2 - 4m^2c^2 = -6m^2c^2 \quad \Rightarrow M^2 = 6m^2$$

$$\Rightarrow \boxed{M = \sqrt{6} m}$$

-/ Déterminons la vitesse de la particule formée : v_H .

$$\frac{\vec{v}_H}{c} = \frac{\vec{P}_H c}{\epsilon_H} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_H = \frac{\vec{P}_H c^2}{\epsilon_H} \quad (1)$$

D'après la conservation de l'impulsion : $\vec{P}_H = \vec{P}_a + \vec{P}_b \Rightarrow \vec{P}_H = \vec{P}_a$ (1)

D'après la conservation de l'énergie totale : $\epsilon_H = \epsilon_a + \epsilon_b = 2mc^2 + mc^2$ (1)

$$\epsilon_H = 3mc^2$$

D'autre part :

$$\epsilon_a^2 = P_a^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (1)$$

$$\Rightarrow P_a^2 c^2 = \epsilon_a^2 - m^2 c^4 = 4m^2 c^4 - m^2 c^4 = 3m^2 c^4$$

$$\Rightarrow P_a^2 = 3m^2 c^2 \Rightarrow P_a = mc\sqrt{3}$$

$$v_H = \frac{P_H c^2}{\epsilon_H} = \frac{P_a c^2}{\epsilon_H} = \frac{mc\sqrt{3} c^2}{3mc^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} c = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_H = \frac{c}{\sqrt{3}}}$$
 (1)