REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Djillali liabès – Sidi Bel Abbès
Faculté des Sciences Exactes
Département Matériaux et Développement Durable

Domaine : Science de la Matière **Filière : Physique** **Spécialité : PE et PM**
Niveau : 3eme année Licence **Année Universitaire : 22-23**
Module: Méthode Numérique ***Correction de l' Examen*** **Durée : 1h30mn**

Exercice 1 (6 points):

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 2x+2y+z=5 \\ x+y+z=3 \end{cases}$$

- le système linéaire suivant sous la forme $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&2&1\\1&1&1\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}4\\5\\3\end{pmatrix}$ 1

-Résoudre le système linéaire A. x = b par la méthode de Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&2&1&4\\2&2&1&5\\1&1&1&3\end{array}\right) \xrightarrow[1]{L_1-L_3} \left(\begin{array}{ccc|c}0&1&0&1\\2&2&1&5\\1&1&1&3\end{array}\right) \xrightarrow[1]{L_2-L_3} \left(\begin{array}{ccc|c}0&1&0&1\\1&1&0&2\\1&1&1&3\end{array}\right)$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x+y=2 \\ x+y+z=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=1 & 1 \\ x=1 & 1 \\ z=1 & 1 \end{cases} \qquad \text{Donc la solution est : } \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

Exercice 2 (6 points):

Soit le polynôme : $P(x) = x^2$.

1-Compléter le tableau suivant :

x	-4	-2	0	+2	+4
P(x)	16	4	0	4	16

0,5

2-Calculer analytiquement l'intégrale ***I***:

$$I=\int_{-4}^{4} x^2\,dx$$

0,5

$$\textbf{1-}\ I=\int_{-4}^{4}x^2\,dx=\frac{1}{3}[x^3]_{-4}^{4}=\frac{1}{3}(4^3-(-4)^3)=\frac{2}{3}(4)^3=\frac{128}{3}$$

$$\Rightarrow I=42.6666$$ 1

$$\textbf{2-}\ n=4\Rightarrow h=\frac{b-a}{n}=\frac{4-(-4)}{4}=\frac{8}{4}=2$$ 0,5

3-Approximer l'intégrale ***I*** par :

- la méthode des trapèzes.

$$\Rightarrow I_1=\frac{h}{2}\left(y_1+y_{n+1}+2\sum_{i=2}^{n}y_i\right)=\frac{h}{2}\left(y_1+y_5+2\sum_{i=2}^{4}y_i\right)$$

$$=\frac{h}{2}\left(y_1+y_5+2(y_2+y_3+y_4)\right)$$ 1

$$y_1=f(-4)=(-4)^2=16=y_5,\ y_2=(-2)^2=y\quad ,y_3=(0)^2=0$$

$$\Rightarrow I_1=\frac{2}{2}(16+16+2(4+0+4))=48$$ 0,5

- la méthode de Simpson.

$$\Rightarrow I_2=\frac{h}{3}\left(y_1+y_{n+1}+4\sum_{\substack{i=2\\ i:pair}}^{n}y_i+2\sum_{\substack{i=3\\ i:impair}}^{n}y_i\right)$$ 1

$$=\frac{h}{3}\left(y_1+y_5+4(y_2+y_4)+2y_3\right)$$

$$\Rightarrow I_2=\frac{2}{3}(16+16+4(4+4)+2\times0)=42.6666$$ 0,5