

Exercice N° 2: (06 points)

Paquet d'onde: $\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) e^{i\varphi(k,t)} dk$

avec $\varphi(k,t) = k \cdot x - \omega(k) \cdot t$



a) vitesse de phase v_φ est telle que: $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$

$$\Rightarrow k \frac{dx}{dt} - \omega = 0.$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

$$\Rightarrow v_\varphi = \frac{\omega}{k} \text{ (vitesse de phase)}$$

(2 points)

• vitesse de groupe v_g est telle que: $\frac{\partial \varphi}{\partial k} = 0$

$$\Rightarrow x - \frac{d\omega}{dk} t = 0.$$

$$\Rightarrow x = \frac{d\omega}{dk} \cdot t$$

(2 points)

$$\text{soit } v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

b) Particule libre $\Rightarrow E = E_{\text{cin}} = \frac{p^2}{2m}$ avec $p = \hbar k$.

$$\Rightarrow E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\text{or } E = \hbar \omega \Rightarrow \omega(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\Rightarrow v_\varphi = \frac{\hbar k}{2m} \text{ et } v_g = \frac{\hbar k}{m}$$

(2 points)

vitesse v de la particule: $p = mv$

$$\Rightarrow v = \frac{\hbar k}{m}$$

\Rightarrow la vitesse de la particule s'identifie à la vitesse de groupe.