Université Djillali Liabes Sidi Bel Abbès | *Module : Physique Statistique Quantique*
Faculté des Sciences Exactes | *2ème Année Master Physique des Matériaux*
Département Matériaux et Développement Durable | *Durée : 1h 30mn*

Examen

Exercice 1 : (10points)

Considérons un système à trois particules indépendantes confinées dans un puits de potentiel à une dimension dont le potentiel est donné par :

$$\begin{cases} V(x) = 0, 0 \leq x \leq a \\ V(x) = 0, Ailleurs \end{cases}$$

L'énergie à l'intérieur du puits est donnée par:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2$$

1. Déterminer l'énergie de l'état fondamental, du premier et du second état excité lorsque ces trois particules sont :
   - Des particules discernables.
   - Des bosons de spin 0.
   - Des bosons de spin 1
   - Des fermions sans spin.
   - Des fermions de spin 1/2.
2. Combien dénombre-t-on de micro-états accessibles au système dans chaque cas.

Exercice 2 : (10points)

Considérons un système quantique à deux niveaux $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Définissons les deux états (purs) normés:

$$\psi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \psi_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

1. Exprimer la matrice densité $\hat{\rho}$ dans la base $|0\rangle$, $|1\rangle$ pour les trois états (ensembles) suivants:

Le système est dans l'état ψ_+ avec la probabilité p_+ et dans l'état ψ_- avec la probabilité p_-, où:

(a) $p_+ = 1 \;\; p_- = 0$;
(b) $p_+ = 0 \;\; p_- = 1$;
(c) $p_+ = p_- = 1/2$;

2. Vérifier que la condition $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$ est satisfaite pour les états (a) et (b), mais pas pour l'état (c).

Pour chacune des trois observables,

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Calculer la valeur moyenne dans les trois ensembles (a), (b), et (c).

Bon Courage