

Le 16/01/2024

Durée de l'examen : 01h30- Documents non autorisés

**Exercice N° 01 : (06 Points)**

Calculer la pression  $P_A$  au point A de la figure N° 01 :

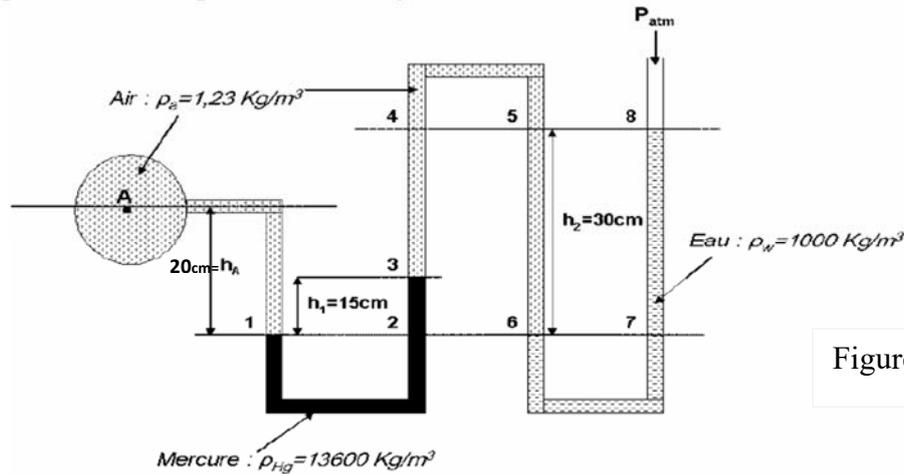


Figure N° 01

**Exercice N° 02 : (07 Points)**

- 1) Calculer les **deux forces de pression** agissant sur une trappe rectangulaire d'une largeur de 1 m ; articulée à la partie inférieure de la paroi séparant les deux réservoirs (Figure N° 02).
- 2) Déterminer la **position des centres de poussée des deux forces de pression**. On donne :  $\gamma_1 = 9,81 \text{ KN} / \text{m}^3$  ;  $\gamma_2 = 8,85 \text{ KN} / \text{m}^3$ . On donne le moment d'inertie d'une section rectangulaire  $I_x = bh^3/12$
- 3) Déduire la valeur de la **résultante** des deux forces et son **point d'application**.

**Exercice N° 03 : (07 Points)**

Un système de deux conduites en fonte placées en série de diamètre  $d_1 = 100 \text{ mm}$  et  $d_2 = 200 \text{ mm}$  et de longueurs  $L_1 = 20 \text{ m}$  et  $L_2 = 30 \text{ m}$  relie les réservoirs A et B dont les niveaux des surfaces libres sont maintenus constants (Figure N°03). Les coefficients de pertes de charges singulières en 1,2 et 3 sont  $\xi_1 = 0,5$  ;  $\xi_2 = 0,5625$  ;  $\xi_3 = 0,6$ . Les coefficients de pertes de charge linéaires sont déterminés d'après l'expression :  $\lambda = 0,02 + 0,5/d$ .

- 1) Pour un débit de 24 l/s, calculer la **perte de charge totale** :  $\Delta H_{1-3}$  (linéaires et singulières).
- 2) Pour le même débit de 24 l/s, calculer la **longueur de la conduite équivalente** de diamètre  $D = 300 \text{ mm}$  pouvant remplacer le système de conduites initial.

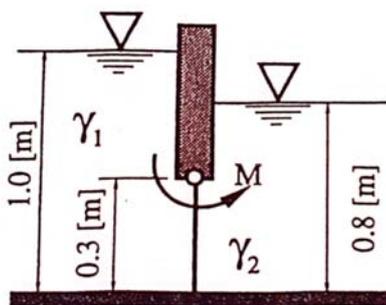


Figure N° 02

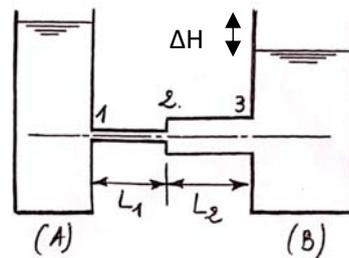


Figure N° 03

Correction type de l'EMD  
MDF - 2<sup>e</sup> Année ST - GP  
2023-2024

Solution type de l'exercice N°01 (06 points):

On a:  $P_1 = P_2 = P_6 = P_7$

et que:

$$P_1 = P_A + \rho_a \cdot g \cdot h_A \Rightarrow P_A = P_1 - \rho_a g h_A \quad (0,5)$$

$$P_1 = P_2 = P_4 + \rho_{Hg} g h_1 + \rho_a g (h_2 - h_1) \quad (0,5)$$

donc:

$$P_A = P_4 + \rho_{Hg} g h_1 + \rho_a g (h_2 - h_1 - h_A) \quad (0,5)$$

On a aussi:

$$P_4 = P_5 \text{ et } P_6 = P_5 + \rho_a \cdot g \cdot h_2$$

$$\Rightarrow P_5 = P_4 = P_6 - \rho_a \cdot g \cdot h_2 \quad (0,5)$$

$$\text{et } P_6 = P_7 = P_8 + \rho_w \cdot g \cdot h_2 = P_{at} + \rho_w g h_2 \quad (0,5)$$

On obtient finalement:  $P_A = P_{at} + \rho_w g h_2 - \rho_a g h_2 + \rho_{Hg} g h_1 + \rho_a g (h_2 - h_1 - h_A)$  (0,5)

$$P_A = \rho_w g h_2 - \rho_a g (h_1 + h_A) + \rho_{Hg} g h_1 + P_{at} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow P_A = \rho_{Hg} \left[ \frac{\rho_w}{\rho_{Hg}} g h_2 - \frac{\rho_a}{\rho_{Hg}} g (h_1 + h_A) + g h_1 \right] + P_{at} \quad (0,5)$$

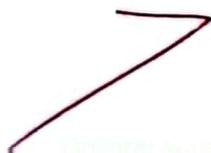
Le terme:  $\frac{\rho_a}{\rho_{Hg}} \approx 0$  (0,5)

$$\Rightarrow P_A = \rho_w \cdot g \cdot h_2 + \rho_{Hg} g h_1 + P_{at} \quad (0,5)$$

et la pression effective en A ( $P_{at} = 0$ ) (0,5)

$$\Rightarrow P_A = \rho_w \cdot g \cdot h_2 + \rho_{Hg} g h_1 \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow P_A = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,30 + 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 22965 \text{ N/m}^2 \approx 23 \text{ kN/m}^2 \quad (0,5)$$



# Solution type de l'exercice N°02: (07 points)

1) soit:  $F_{p1} = \gamma_1 \cdot h_{c1} \cdot S_1$  (0,5)

avec  $\gamma_1 = 9,81 \text{ KN/m}^3$

$h_{c1} = \frac{0,3}{2} + (1 - 0,3) = 0,85 \text{ m}$  (0,5)

$S_1 = 0,3 \cdot 1 = 0,3 \text{ m}^2$  (0,25)

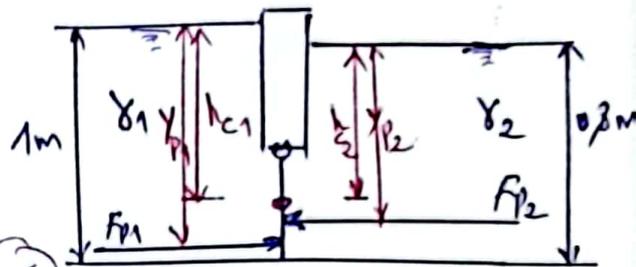
d'où:  $F_{p1} = 2501,55 \text{ N}$  (0,5)

soit  $F_{p2} = \gamma_2 \cdot h_{c2} \cdot S_2$  (0,5) or  $S_1 = S_2 = 0,3 \text{ m}^2$  (0,25)

avec  $\gamma_2 = 8,85 \text{ KN/m}^3$

$h_{c2} = \frac{0,3}{2} + (0,8 - 0,3) = 0,65 \text{ m}$  (0,5)

d'où:  $F_{p2} = 1725,75 \text{ N}$  (0,5)



2) Les Centres de poussée:

soit  $y_{D1} = y_{c1} + \frac{I_x}{y_{c1} \cdot S_1}$  (0,25)

avec  $y_{c1} = h_{c1} = 0,85 \text{ m}$  (0,25)

$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \cdot 0,3^3}{12} = 225 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$  (0,25)

d'où:  $y_{D1} = 0,85 + \frac{0,00225}{0,85 \cdot 0,3} = 0,8588 \text{ m}$  (0,5)

$y_{D2} = y_{c2} + \frac{I_x}{y_{c2} \cdot S_2}$  (0,25)  $S_1 = S_2 = 0,3 \text{ m}^2$

$y_{c2} = h_{c2} = 0,65 \text{ m}$  (0,25)

$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \cdot 0,3^3}{12} = 225 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$  (0,25)

$y_{D2} = 0,65 + \frac{0,00225}{0,65 \cdot 0,3} = 0,6615 \text{ m}$  (0,5)

3) Calcul de la résultante:

$\vec{F}_p = \vec{R} = \vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2}$

d'où:  $F_p = F_{p1} - F_{p2} = 2501,55 - 1725,75 = 775,8 \text{ N}$  (0,5)

Appliquons la relation donnant les moments par rapport à l'axe de rotation:

$F_p \cdot H = F_{p1} \cdot h_1 - F_{p2} \cdot h_2$

$775,8 \cdot H = 2501,55 (0,8588 - 0,7) - 1725,75 (0,6615 - 0,5)$  (0,5)

d'où  $H = 0,1528 \text{ m}$

Solution type de l'exercice N°03: (07 points):

1) Calcul de la perte de charge totale:

$$\Delta H = \sum H_s + \sum H_L$$

$$\Delta H = \xi_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \xi_2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \xi_3 \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad (1 \text{ pt})$$

avec:

$$\lambda_1 = 0,02 + \frac{0,5}{\frac{100}{100}} = 0,025 \quad (0,5)$$

$$\lambda_2 = 0,02 + \frac{0,5}{200} = 0,0225 \quad (0,5)$$

$$\text{et: } v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 24 \cdot 10^3}{\pi (0,1)^2} = 3,056 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 24 \cdot 10^3}{\pi (0,2)^2} = 0,764 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

donc:

$$\Delta H = 0,5 \cdot \frac{(3,056)^2}{2 \cdot 9,81} + 0,5625 \cdot \frac{(3,056)^2}{2 \cdot 9,81} + 0,6 \cdot \frac{(0,764)^2}{2 \cdot 9,81} + 0,025 \cdot \frac{20}{0,1} \cdot \frac{(3,056)^2}{2 \cdot 9,81} + 0,0225 \cdot \frac{30}{0,2} \cdot \frac{(0,764)^2}{2 \cdot 9,81} = 3,004 \text{ m.} \quad (0,2)$$

2) Détermination de la Conduite équivalente:

soit la perte totale (à travers la Conduite équivalente,  $D = 300 \text{ mm}$ ):

$$\Delta H = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 3,004 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$\text{avec } \lambda = 0,02 + \frac{0,5}{300} = 0,0216 \quad (0,25)$$

$$\text{et } v = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 24 \cdot 10^3}{\pi (0,3)^2} = 0,339 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow L = \frac{3,004}{\frac{\lambda \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot D}} = \frac{3,004}{\frac{0,0216 \cdot (0,339)^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,3}} = 7123 \text{ m} \quad (0,5)$$