TP 1 : Analyse et synthèse des fonctions combinatoires

1. *Initiation & Rappel de cours*

1.1 *Généralités*

La logique booléenne est la base des systèmes numériques → tous les signaux sont des variables booléennes.

Une variable booléenne → Vraie
→ Fausse

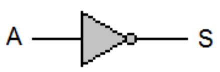
Selon le contexte, les valeurs pourront être interpréter :

Valeur Logique	Equivalent		Exemple	
	Numérique	**Electrique**	**Lampe**	**Tension**
Vrai	1	5 v	Allumée	Elevée
Faux	0	0 v	Eteinte	Basse

1.2 Fonctions booléennes élémentaires

Nous pouvons réaliser toutes les fonctions logiques à partir de trois fonctions élémentaires.

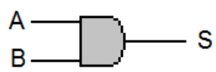
Négation



Porte Non (not)
Inverseuse

S= $\overline{A}$

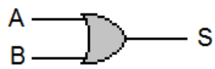
Conjonction



Porte Et (And)

S= A . B

Disjonction



Porte Ou (Or)

S = A + B

1) A l'aide du module Basic Logique remplissez la table logique :

B	A	$\overline{A}$	S = A . B	S = A + B
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

2) Donner le circuit logique d'une porte ET à 4 entrées à partir de portes ET à 2 entrées. Vérifier ce circuit.
3) Donner le circuit logique d'une porte OU à 3 entrées à partir de portes OU à 2 entrées. Vérifier ce circuit.

1.3 Fonctions dérivées

Plusieurs fonctions peuvent être dérivées des trois fonctions élémentaires, citant :

La porte NAND
le Non-Ou (Not-AND)

la porte NOR
le Non-Ou (Not-OR)

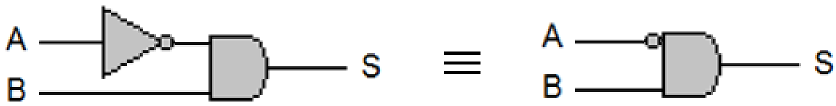
La porte XOR
Le Ou exclusif

La porte XNOR
Le Non Ou exclusif

A l'aide du module Basic Logique remplissez la table logique des quatre fonctions :

B	A	S = A NOR B	S = A XOR B	S = A XNOR B
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

Nous pouvons remplacer une porte NON sur un port d'entrer ou un port de sortie par une bulle pour indiquer la négation.



- Une fonction à « n » entrées à une tables de vérité de « 2^n rangés ».

1.4 Simplification d'expression booléenne

Rappel sur l'Algèbre de Boole : Propriétés des opérateurs

Associativité : $(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c$
$(a\,.\,b).\ c = a\,.(b\,.\ c) = a\,.\,b\,.\,c$

Commutativité : $a+b = b+a$
$a\,.\,b = b\,.\ a$

Distribution : $a(b+c) = ab+ac$
$a+bc = (a+b)\,.\ (a+c)$

Idempotence : $a+a+a+a+\cdots+a = a$
$a\,.\ a\,.\ a\,.\ a\,.\dots.\,a = a$

Elément neutre $a+0 = a$
$a\,.\,1 = a$

Absorption : $\begin{matrix} a+1=1 \\ a\,.\,0=0 \end{matrix}$

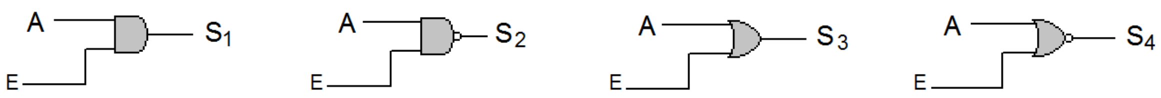
Montré que (Homework) :

$a + a\,b = a$
$a + \bar{a}\,b = a + b$
$a\,(a+b) = a$
$a + \bar{a}\,b + \bar{a}\,\bar{b} = 1$
$(a+b) + \bar{a}\,\bar{b} = 1$

1) A l'aide du module Basic réaliser les circuits qui vérifient ces deux égalités :

$\overline{A+B} = \bar{A}\,.\,\bar{B}$
$\overline{A\,.\,B} = \bar{A} + \bar{B}$

2) Donner la table de vérité des cas suivants :



Donner les tables de vérité des 4 circuits, en reliant l'entrée E:

1. Au niveau logique bas 0 $(0V)$.
2. Au niveau logique haut 1 $(5V)$.

Que remarquez-vous ?

2. *Analyse des fonctions logiques*

Soit $S_1 = \bar{A}C + BC + \bar{C}$: *une somme de produit*, et nous voulons établir sa table de vérité :

C	B	A	S_1
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Lorsque $C = 0,\ \bar{C} = 1$ *donc* $S_1 = 1$

Et vous continuer avec le même raisonnement

$\bar{A}C = 1$ *Lorsque* $\bar{A} = 1\ (A = 0)$ *et* $C = 1$

1) Compléter la table de vérité de la fonction logique S_1.
2) Représenter le logigramme de cette fonction.
3) Réaliser le montage correspondant à la fonction logique S_1

Soit $S_2 = (\bar{A} + B)(B + C)(A + \bar{C})$: *un produit de somme*, et nous voulons établir sa table de vérité :

C	B	A	S_2
0	0	0	
0	0	1	0
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	0
1	1	0	
1	1	1	

$Si\ \bar{A} + B = 0\ \ (A = 1\ et\ B = 0)\ ,\ donc\ \ S_2 = 0$

1) Compléter la table de vérité de S_2
2) Représenter le logigramme de cette fonction.
3) Réaliser le montage correspondant à cette fonction logique

Inversement, c'est facile de lire une équation booléenne non réduite à partir d'une table de vérité.

C	B	A	S_3
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

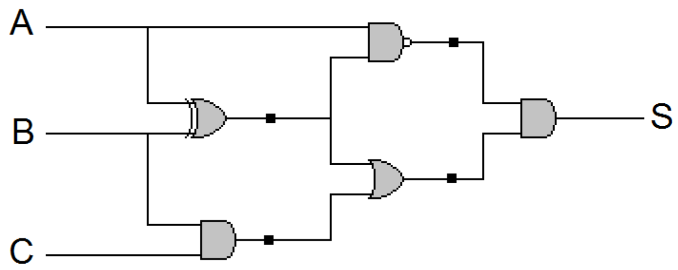
$$\boxed{A\bar{B}\bar{C}} + \boxed{} + \boxed{} = S_3$$

<u>Essayer de le faire avec le produit des sommes</u>

1) Donner la fonction logique de S_3
2) Représenter le logigramme de cette fonction.
3) Réaliser le montage correspondant à la fonction logique S_1

3. Analyse des circuits logiques combinatoires

Soit le circuit logique suivant :



1) Donner la fonction logique de ce circuit.
2) Donner la table de vérité de la sortie.
3) Réaliser le circuit et vérifier la table de vérité.

Pour Analyser un système, il faut suivre les étapes suivantes :

1. Identifier les entrées et les sorties.
2. Identifier les sorties intermédiaires
3. Ecrire les équations booléennes des sorties intermédiaires
4. Dresser et remplir la table de vérité

C	B	A	I_1	I_2	I_3	I_4	S

Soit le circuit logique ci-dessous, donner sa fonction logique et la table de vérité de S

Homework