TP 4 : Les polynômes

Généralités :

Un polynôme f à une variable indéterminée est défini comme une expression formelle de la forme :

$$f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i . x^i = a_n . x^n + a_{n-1} . x^{n-1} + \cdots + a_1 . x^1 + a_0$$

Trouver les racines de ce polynôme $f(x)$ consiste à chercher les valeurs de x qui annulent ce polynôme.

Exemple : $f(x) = a\,x^2 + bx + c$

$F(x)$ *: est une fonction de second degré, est une équation polynomiale de degré 2, Où x est l'inconnue et les lettres a, b et c représentent les coefficients, avec a différent de 0.*

Pour trouver les racines d'un polynôme $f(x)$ sur Matlab (les valeurs de x qui annulent le polynôme), il faut juste le représenter comme une matrice uniligne (vecteur ligne de dimension n+1).

Exemple $f(x) = x^2 - 3x + 2$

On écrit : $f \ = \ [1 \ -3 \quad 2]$;

- Pour obtenir les racines de ce polynôme, on utilise l'instruction $roots$ (racine en anglais). Les racines d'un polynôme dans Matlab est un vecteur unicolonne.

- Pour retrouver le Polynôme à partir des racines, on utilise l'instruction $poly$

Soit le polynôme suivant : $f(x) = x^3 + 4\,x^2 - 7x - 10$

Code Matlab :

```
>> f=[1 4 -7 -10];
>> r=roots(f)

r =

   -5.0000
    2.0000
   -1.0000

>> poly(r)

ans =

    1.0000    4.0000   -7.0000  -10.0000
```

L'instruction « *polyval* » évalue le polynôme $f(x)$ aux différentes valeurs de x.

Syntaxe : $V = \mathrm{polyval(f, x)}$

Ce sont les valeurs du vecteur V qui contiennent les valeurs de la fonction polynomiale $f(x)$ aux différents points spécifiés dans le vecteurs x.

Pour tracer la courbe qui représente le polynôme sur un intervalle $[x_{min}, x_{max}]$ donnée, vous pouvez utiliser la fonction $fplot$, sa syntaxe est :

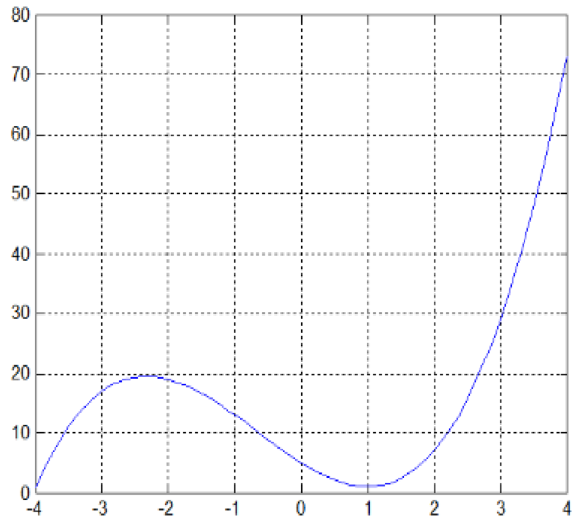
$$fplot\ ('polyval\ ([\ \mathrm{a}_n, \mathrm{a}_{n-1}, \dots, \mathrm{a}_0]\ , \mathrm{x})', [\mathrm{x}_{min}, \mathrm{x}_{max}])$$

le faire directement avec fplot :

```
>> fplot('polyval([1 2 -7 5],x)',[-4,4]);grid on
>>
```

Ou le faire indirectement :

```
>> f=[1 2 -7 5];
>> x=linspace(-4,4,50); % (min,max,nbr de pts)
>> V=polyval(f,x);
>> plot(x,V);grid
>>
```



Rappel sur le produit de deux polynômes

Considérons deux polynômes P de degré p et S de degré s:

$$P = \sum_{i=0}^{p} a_i . X^i \qquad \text{et} \qquad S = \sum_{j=0}^{s} b_j . X^j$$

Le produit P.Q est un polynôme de degré « p+s » de la forme :

$$P.S = \sum_{k=0}^{p+q} c_k . X^k$$

Avec

$$c_k = \sum_{m=0}^{k} a_m . b_{k-m}$$

Exemple : Soit f_1 et f_2 deux polynômes :

$$\begin{cases} f_1(x) = x^3 - 2x^2 + 5 \\ f_2(x) = 4x^2 + 3x + 2 \end{cases}$$

$f_3(x)$ est le produit des deux polynômes : $f_3(x) = (x^3 - 2x^2 + 5) * (4x^2 + 3x + 2)$

Commencez par la puissance la plus grande $x^5 = x^3 \times x^2$.

$$f(x) = a_5 . x^5 + a_4 . x^4 + a_3 . x^3 + +a_2 . x^2 + a_1 . x^1 + a_0$$

Pour obtenir le coefficient a_5, il faut multiplier les coefficients correspondant de $x^3 et x^2$:

$$a_5 = 1 \times 4 = 4$$

Pour a_4, il faut sommer le produit des coeff. de $x^3 \times x^1$ et $x^2 \times x^2$

$$a_4 = 1 \times 3 + (-2) \times 4 = -5$$

De la même façon vous obtenez les autres coefficients.

Rappel sur la division des polynômes

Soit P de degré p et S de degré s, deux polynômes (à coefficient rationnels) avec s < q. Il existe deux polynômes Q et R uniques dans $\Re(x)$, tel que :

$$P = S.Q + R$$

Pour trouver Q (le Quotient) et R (le Reste de la division), nous utilisons la division Euclidienne.

Exemple :

$$\begin{array}{l|l} 4x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 16x^2 + 15x + 10 & 4x^2 + 3x + 2 \\ \hline -\ 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 & x^3 \\ \hline \end{array}$$

Exercice

Soit f_1 et f_2 deux polynômes :

$$\begin{cases} f_1(x) = 1.5\,x^3 - 4x^2 + 0.8 \\ f_2(x) = 3x^2 + 12x - 2 \end{cases}$$

1) Trouvez les racines de chaque polynôme.
2) Déterminer le polynôme $f_3(x)$ somme des deux polynômes.
3) Déterminer $f_4(x)$ le produit (ou convolution) des deux polynômes. Utilisez l'instruction : conv (f1, f2).
4) Donnez la division du polynome $f_4(x)$ sur les deux polynômes en utilisant l'instruction deconv (f1, f2).
5) Tracer l'évolution du polynôme $f_4(x)$. sur l'intervalle [-3,3]

Aide question (4) : la syntaxe de l'instruction « deconv ».

```
>> [q1,r1]=deconv(f4,f1);
>> [q2,r2]=deconv(f4,f2);
>> % q : le quotient & r : le reste
```

Solution de l'exercice

```
clear all; close all; clc;
% déclaration des deux fonctions
f1=[1.5 -4 0 0.8];
f2=[   3 12 -2];
%%%les deux polynômes n'ont pas la même dimension
f22=[0 4 3 2];
% la somme des deux polynômes
f3=f1+f22
% le produit des deux polynômes
f4= conv(f1,f2)
%%% vous pouvez mettre f4=conv(f1,f22);
 % la division de deux polynômes
[q1,r1]=deconv(f4,f1)  % f4/f1=f2
[q2,r2]=deconv(f4,f2)   %%% vous ne pouvez pas utiliser f22,
                         %%% la division sur 0 est non acceptée
% l'évolution du polynôme f4
x=linspace (-3, 3,50);
V1=polyval (f1, x);
V2=polyval (f2, x);
V3=polyval (f3, x);
V4=polyval (f4, x);

Plot(x, V1, x, V2,'k', x, V3,'g', x, V4,'r')
legend ('f1','f2','la somme', 'le produit');grid on
```