

N. Mezhoud , A. Boukadoum , S. Leulmi , F. Boukhenoufa

Laboratoire d'Electrotechnique de Skikda

Département d'Electrotechnique

Université du 20 Août 1955 – Skikda, Algérie

**مقدمة -** إن عملية التصنيع والزيادة للسكان هما العاملين الأساسيان المؤديان إلى الزيادة المفرطة في استهلاك الطاقة الكهربائية. للتغلب على هذه المعضلة، التوازن بين التوليد والاستهلاك، وللهواة الأولى، يكون بزيادة عدد محطات توليد الطاقة الكهربائية وملحقاتها، كخطوط النقل ومحولات التوتر العالي... الخ. هذه الطريقة تؤدي إلى رفع تكاليف الإنتاج وتشويه المحيط.

تحت الظروف العامة، منظومة القدرة الكهربائية تشغل في النظام الدائم. الحسابات التي تشترط هذه الحالات تسمى: سريان الطاقة. استغلال بعض الشروط المسماة بالإجهادات المتساوية وغير المتساوية في هذه الحسابات تسمى: السريان الأمثل للطاقة. إن مشكل السريان الأمثل للطاقة والمراقبة الجيدة لهذا الأخير يعد من بين المشاكل اللاخطية ذات المتغيرات العديدة، مع دالة الهدف والإجهادات المتساوية وغير المتساوية.

تعتبر أجهزة الـ FACTS من بين الوسائل التي أثبتت جدارتها في ميدان دراسة مختلف الأنظمة، مثل حل مشكل سريان الطاقة والسريان الأمثل للطاقة. وذلك من خلال خصائصها المختلفة، مثل إمكانيةها على مراقبة الجهد و فرق الطور وكذلك قدرتها على تغيير ممانعة الخط. كما لها أيضا بعض الخصائص مثل التغيير في قيمة الاستطاعة الفعلية في الخطوط، تعويض الاستطاعة الرد فعلية، و التحكم الجيد في الاستطاعة... الخ.

يتناول هذا البحث بعض الطرق الرياضية لحل مشكل السريان الأمثل للطاقة في الأنظمة الكهربائية. الغرض الرئيسي منه هو تقليص دالة الهدف العامة، غير الخطية، الضرورية لضمان التوازن الأفضل بين الإنتاج والاستهلاك، مع مراعاة بعض الشروط والإجهادات المتساوية وغير المتساوية. نعتد في دراستنا على تطبيق طريقة نيوتن بدون أجهزة الـ FACTS ثم باستعمال أجهزة الـ FACTS و خاصة الـ SVC. بعد ذلك نقوم بالمقارنة بين الحالتين.

تعزيز النتائج، والتأكد من صحتها يكون بتطبيق الطرق المقترحة على شبكة مرجعية و مقارنتها بنتائج بعض المراجع الأخرى. لغة البرمجة المستعملة لتحقيق النتائج هي MATLAB.

**Abstract** – In this paper, we present a solution to the problem of the OLF in electrical networks. Our main goal is to minimize the objective function necessary for a best balance between the energy production and its consumption which is presented in a nonlinear function, taking into account the constraints of equality and of inequalities.

Furthermore, we will consider in detail the study of the OLF under the use of the FACTS devices; in particular the SVC. ¶This optimization is based, firstly, on the application of the Newton method (NM) with and without consideration of FACTS device. ¶Then, a comparison between these 2 cases will be accomplished.

The validation of the suggested method will be carried out by simulation based on the MATLAB software. The obtained results will be compared to certain chosen references.

**Résumé** - Nous étudierons dans cet article, une solution au problème de l'EPO dans les systèmes électroénergétiques. L'objectif principal est de minimiser la fonction objective nécessaire pour un meilleur équilibre entre la production de l'énergie électrique et sa consommation qui se présente sous forme d'une fonction non linéaire, en tenant compte des contraintes d'égalité et d'inégalités.

De plus, nous étalerons sur le traitement du problème de l'EPO par la présence de dispositifs FACTS, en particulier le SVC. Cette optimisation est basée, premièrement, sur l'application de la MN sans FACTS et avec FACTS. Ensuite, une étude comparative entre ces 2 cas sera établie.

La validation de la méthode proposée sera effectuée par simulation basée sur le logiciel MATLAB. Les résultats obtenus seront validés par comparaison avec ceux obtenus dans certaines références bien choisies.

**Mots clés** - Optimisation, MNR, MN, EP, EPO, contrôle de Q, FACTS, SVC.

## 1. NOMENCLATURE

### a - Acronymes utilisés

EP	Ecoulement de puissance
EPO	Ecoulement de puissance optimal
EQ	Jeu de barres d'équilibre
FACTS	Flexible alternating current transmission system
FL	Fonction de Lagrange
G	Générateur
HT	Haute tension
IPFC	Interline power flow controller
JdB	Jeux de barres
ML	Multiplicateur de Lagrange
MN	Méthode de Newton
MNR	Méthode de Newton - Raphson
NM	Newton method
OLF	Optimal load flow
PQ	Jeux de barres de charge
PV	Jeu de barres générateurs
SSSC	Static synchronous series compensator
STATCOM	Static compensator
STE	Système de transmission électrique
SVC	Static VAR compensator
TCR	Thyristor controlled reactor
TCSC	Thyristor controlled series reactor
TXF	Transformateur
UPFC	Unified power flow controller

### b - Symboles utilisés

$B$	Susceptance [pu]
$f(x,u)$	Fonction objective
$g(x,u)$	Contraintes d'égalité
$h(x,u)$	Contraintes d'inégalités
$n$	Nombre de lignes de transmission
$n_g$	Nombre total des générateurs
$P$	Puissance active [MW]
$P_g$	Puissance active générée [MW]
$P_{perte}$	Perte totale du réseau [MW]
$Q$	Puissance réactive [MVar]
$Q_g$	Puissance réactive générée [MVar]
$g$	Vecteur du gradient
$u$	Variables de contrôle
$V$	Amplitudes de la tension [pu]
$X$	Réactance [pu]
$x$	Variables d'état
$\alpha$	Angle d'amorçage [deg]
$\delta$	Angles de phase des tensions [deg]
$\lambda$ et $\mu$	Multiplicateurs de Lagrange

## 2. INTRODUCTION

Avec la dérégulation du marché de l'électricité, on s'attend, irrémédiablement, à une augmentation du nombre des échanges non planifiés. Si ces échanges, qui obéissent aux lois de Kirchhoff, ne sont pas contrôlés, des problèmes peuvent survenir dans le réseau. Il est intéressant pour le gestionnaire du réseau de contrôler ces transits de puissance afin d'exploiter le réseau de manière plus efficace et plus sûr [1].

Sous les conditions normales, les **STE** fonctionnent en régime permanent. Les calculs exigeant la caractérisation de cet état sont appelés : **EP**. L'exploitation de certaines conditions dites contraintes d'égalité et d'inégalités mène à l'étude d'**EPO**.

Le calcul de l'**EP**, ou encore calcul de la répartition des charges est, sans aucun doute, le calcul le plus fréquemment effectué dans les réseaux d'énergie électrique. En termes simples, son objectif est de déterminer l'état électrique complet du réseau, à savoir les tensions dans tous les **JdB**, les transits de puissance dans toutes les lignes (branches), les pertes, ...etc, à partir des consommations et des productions spécifiées en ces **JdB**.

Le problème de l' **EPO** est le problème de la recherche du minimum d'une certaine fonction objective sujette à un nombre limité de contraintes. Le choix de la fonction objective dépend du critère d'optimalité défini. Les contraintes à satisfaire sont, d'une part, celles liées aux lois physiques gouvernant le comportement du système. D'autre part, ce sont les limitations dans la capacité des équipements connectés et celles liées aux critères de conception et de fonctionnement du modèle en régime permanent. En terme mathématique, le problème général de l'écoulement optimal des charges peut être exprimé comme un problème général d'optimisation non linéaire avec contraintes [2].

Les moyens classiques de contrôle des réseaux (**TXF** à prises réglables en charge, **TXF** déphaseurs, compensateurs série ou parallèle commutés par disjoncteurs, modification des consignes de production, changement de topologie du réseau et action sur l'excitation des générateurs) pourraient, dans l'avenir, s'avérer trop lents et insuffisants pour répondre, efficacement, aux perturbations du réseau, compte tenu notamment des nouvelles contraintes. Il faudra, vraisemblablement dans l'avenir, compléter leur action en mettant en oeuvre de puissants dispositifs électroniques à réponse rapide.

Le développement récent des dispositifs **FACTS** ouvre de nouvelles perspectives pour une exploitation plus efficace des réseaux par action continue et rapide sur les différents paramètres du réseau [3].

L'arrivée des dispositifs **FACTS** a donné à l'opérateur du système, la puissance additionnelle pour commander un système d'alimentation. Malgré que les dispositifs **FACTS** comme le **SVC** et le **TCSC** sont les dispositifs variables de réactance basés sur des thyristors, la nouvelle génération des dispositifs comme le **STATCOM**, le **SSSC** et l'**UPFC** est basée sur la topologie du convertisseur de source de tension. Le **STATCOM** et le **SVC** sont reliés en parallèle. Par contre, le **SSSC** et le **TCSC** sont reliés en série. L'**UPFC** et l'**IPFC** sont reliés en hybride.

Le concept **FACTS** regroupe tous les dispositifs à base d'électronique de puissance qui permettent d'améliorer l'exploitation du réseau électrique. La technologie de ces systèmes (interrupteurs statiques) leur assure une vitesse supérieure à celle des systèmes électromécaniques classiques. De plus, elles peuvent contrôler le transit de puissance dans les réseaux et augmenter la capacité efficace de transport tout en maintenant, voire en améliorant, la stabilité, la sécurité de fonctionnement et d'exploitation économique des réseaux électriques [3] - [4].

### 3. FORMULATION DU PROBLEME

La solution de l'**EPO** est effectuée pour déterminer l'état de fonctionnement optimal d'un réseau soumis aux contraintes physiques et opérationnelles. La fonction objective caractérise la réduction des pertes de la puissance active pour une meilleure sûreté de fonctionnement et une meilleure sécurité des différents ouvrages. Les contraintes sont des lois physiques qui régissent le comportement du système et les limites de conception des appareils et des stratégies de fonctionnement. Ce genre de problème est, habituellement, exprimé comme un problème d'optimisation statique non linéaire. La fonction objective étant représentée comme équation non linéaire et les contraintes sont représentées par des équations non linéaires ou linéaires. Le problème de l'**EPO** peut être formulé sous forme des équations (1) – (3) [5] :

$$\text{Min } f(x, u) \quad (1)$$

Sous les contraintes d'égalité et d'inégalités :

$$h(x, u) = 0 \quad (2)$$

$$g(x, u) \leq 0 \quad (3)$$

$x$  est le vecteur des variables d'état.  $u$  est le vecteur des variables de contrôle.  $f(x, u)$  est la fonction objective à optimisée.  $h(x, u)$  représente les équations de l'**EP**.  $g(x, u)$  comporte les limites des variables d'état et des contraintes de fonctionnement fonctionnelles.

En général, le but est d'optimiser une fonction objective avec la solution satisfaisant un certain nombre de contraintes d'égalité et d'inégalités.

#### a - Variables

Les variables qui peuvent être ajustées à la solution optimale sont nommées les variables de contrôle, tels que les puissances actives **P** générées aux **JdB types PV**, le rapport de transformation et les angles de phase des **TXF** à prise et des déphaseurs, respectivement, les amplitudes de la tension aux **JdB PV**.

Les variables dépendantes ou d'état sont les amplitudes des tensions nodales **V** et leurs angles de phase  $\delta$  aux **JdB types PQ**, les puissances réactives **Q** aux **JdB types PV**, le coût de la puissance active **P** générée et l'**EP** active et réactive (pertes du réseau) dans les lignes de transmission et dans les **TXF**.

On ajoute dans les variables de contrôle et d'état les puissances actives **P** et réactives **Q** des charges du réseau et l'ensemble des paramètres fixes qui doivent être spécifiés au départ de l'étude. En présence du **SVC**, on ajoute la susceptance  $B_{SVC}$  du **SVC**.

#### b - Fonction objective

Le but principal de la solution de l'**EPO** est de déterminer les arrangements des variables de contrôle et d'état du système qui optimisent la valeur de la fonction objective. Le choix de la fonction objective devrait être basé sur de meilleures analyses de la sécurité et de l'économie du système d'alimentation. Généralement, la

fonction objective est représentée par une fonction non linéaire du 2<sup>ème</sup> ordre :

$$\text{Min } P_{\text{Perte}} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n (P_{kj} + P_{jk}) \quad (4)$$

$$\text{Min } F_T = \sum_{k=1}^{n_g} F_k(P_{gk}) \quad (5)$$

$P_{\text{Perte}}$ ,  $n$ ,  $F_k$ ,  $P_{gk}$  et  $n_g$  sont, respectivement, la perte totale au réseau, le nombre des lignes de transmission, le coût de l'unité  $k$ , la puissance active  $P$  générée par l'unité  $k$  et le nombre total des générateurs du système.

$$F_k(P_{gk}) = a_k + b_k P_{gk} + c_k P_{gk}^2 \quad (6)$$

$a_k$ ,  $b_k$  et  $c_k$  sont des coefficients du coût de l'unité  $k$ .

#### c - Contraintes d'égalité

Les contraintes d'égalités sont la fonction  $f(x, u)$  du problème. Il s'agit des équations de l'EP.

$$f(x, u) = 0 \quad (7)$$

$$P_k(V, \theta) + P_{dk} - P_{gk} = 0 \quad (8)$$

$$Q_k(V, \theta) + Q_{dk} - Q_{gk} = 0 \quad (9)$$

$P_k$ ,  $Q_k$ ,  $P_{dk}$ ,  $Q_{dk}$ ,  $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$ ,  $V$  et  $\theta$  sont, respectivement, les puissances actives  $P$  et réactives  $Q$  injectées au **JdB**  $k$ , les puissances actives  $P$  et réactives  $Q$  des charges au **JdB**  $k$ , les puissances actives  $P$  et réactives  $Q$  générées au **JdB**  $k$ , les modules des tensions nodales  $V$  et leurs angles de phase  $\delta$ .

#### d - Contraintes d'inégalités

Les contraintes d'inégalités sont, respectivement, les contraintes sur les puissances actives  $P$  et réactives  $Q$  générées, sur les modules des tensions  $V$  et leurs angles  $\delta$  en chaque **JdB** du réseau et sur les courants des lignes du réseau (contraintes des lignes) :

$$P_{gk}^{\min} \leq P_{gk} \leq P_{gk}^{\max} \quad \text{avec} \quad i = 1, \dots, n_g \quad (10)$$

$$Q_{gk}^{\min} \leq Q_{gk} \leq Q_{gk}^{\max} \quad \text{avec} \quad i = 1, \dots, n_g \quad (11)$$

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max} \quad \text{avec} \quad i = 1, \dots, n_b \quad (12)$$

$$\theta_k^{\min} \leq \theta_k \leq \theta_k^{\max} \quad \text{avec} \quad i = 1, \dots, n_b \quad (13)$$

$$I_i^{\min} \leq I_i \leq I_i^{\max} \quad \text{avec} \quad i = 1, \dots, n \quad (14)$$

$n_b$  est le nombre total des **JdB**. La puissance réactive  $Q$  générée au **JdB**  $k$  est donnée par l'équation :

$$Q_{gk} = Q_k(V, \theta) + Q_{dk} \quad (15)$$

Si la limite de la  $Q$  est violée à un **JdB** type **PV**, elle change à un **JdB** du type **PQ** avec des contraintes de tension associées.

## 4. MODELISATION DU SVC

Le modèle complexe du SVC du type **G** conventionnel est basé sur les susceptances **B** shunts variables. Les variables d'état du SVC sont combinées avec les amplitudes des tensions nodales  $V$  et leurs angles  $\delta$  du réseau considérée.

Pour les solutions unifiées et itératives, on utilise la **MNR**. Deux modèles sont représentés dans cet article, à savoir, le modèle de la susceptance **B** shunt variable et le modèle d'angle d'amorçage [5] - [7].

#### a - Modèles conventionnels de l'EP

Pour l'analyse de l'EP, le SVC est considéré comme un générateur **G** derrière une réactance inductive **X**. La réactance **X** explique la caractéristique de réglage de la tension du SVC.

La pente du SVC peut être représentée en reliant le modèle du SVC à un **JdB** auxiliaire connecté au **JdB** à **HT** par une réactance inductive **X** comprenant celle du **TXF** et la pente du SVC. Le **JdB** auxiliaire est représenté comme un **JdB** type **PV** et le **JdB** HT est un **JdB** type **PQ** [5] - [7].

Pour le fonctionnement en dehors des limites, il devient nécessaire de changer la représentation du SVC comme une susceptance réactive **B** fixe, donnée par l'équation (16) [5] - [8] :

$$B_{\text{SVC}} = -\frac{Q_{\text{lim}}}{V_{\text{SVC}}^2} \quad (16)$$

$V_{\text{SVC}}$  est la nouvelle tension libérée due à la limite de la puissance réactive  $Q_{\text{lim}}$ . Les limites de fonctionnement du SVC sont données par des limites sur sa susceptance **B**. La quantité de la puissance réactive  $Q$  fournie par le SVC est donnée par le produit de la susceptance **B** fixe  $B_{\text{fixe}}$  et du module de la tension nodale  $V_k$ .  $V_k$  dépend des conditions de fonctionnement du réseau. La quantité de la puissance réactive  $Q$  fournie par le modèle de la susceptance **B** fixe est différente de la puissance réactive  $Q$  fournie par le modèle du générateur **G**, c'est-à-dire [5] - [7]:

$$Q_{\text{lim}} \neq -B_{\text{fix}} V_k^2 \quad (17)$$

#### b - Modèle de la susceptance shunt variable

Dans la pratique, le SVC peut être vu comme une réactance **X** réglable avec des limites d'angle d'amorçage ou ses propres limites de la **X** [5] - [8]. Le circuit équivalent est représenté dans la figure 1. Concernant le schéma de la figure 2, le courant à travers le SVC est :

$$I_{\text{SVC}} = jB_{\text{SVC}} V_k \quad (18)$$

La puissance réactive  $Q$  du SVC,  $Q_{\text{SVC}}$ , correspond à celle injectée au **JdB**  $k$  dénotée par  $Q_k$ . Elle est donnée par :

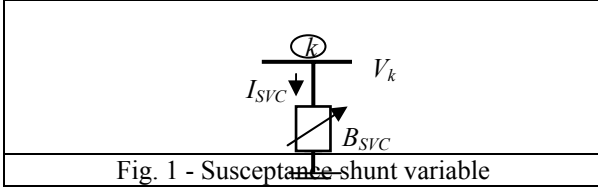


Fig. 1 - Susceptance shunt variable

$$Q_{SVC} = Q_k = -V_k^2 B_{SVC} \quad (19)$$

L'équation linéaire est donnée par l'équation (20), où la susceptance équivalente  $B_{SVC}$  peut être considérée comme variable d'état [5] - [8] :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta B_{SVC} / B_{SVC} \end{bmatrix}^{(i)} \quad (20)$$

À la fin de l'itération  $(i)$ , la variation de la susceptance shunt  $B_{SVC}$  est mise à jour selon l'équation :

$$B_{SVC}^{(i)} = B_{SVC}^{(i-1)} + \left( \frac{\Delta B_{SVC}}{B_{SVC}} \right)^{(i)} B_{SVC}^{(i-1)} \quad (21)$$

La variation de la susceptance du SVC est nécessaire pour maintenir l'amplitude de la tension nodale à la valeur spécifiée.

Le calcul du niveau de la compensation facilite celui de l'angle d'amorçage du thyristor. Cependant, le calcul additionnel exige une solution itérative parce que l'angle d'amorçage de la susceptance et du thyristor incorporé dans le SVC est non linéaire.

### c - Modèle d'angle d'amorçage

Dans la formulation de l'EP, l'angle d'amorçage  $\alpha$  du TCR est considéré comme variable d'état [5] - [8]. La variable  $\alpha$  sera indiquée  $\alpha_{SVC}$ . L'équation d'injection de la puissance réactive  $Q$  par le SVC est donnée par :

$$Q_k = -B_{SVC} V_k^2 = \frac{-V_k^2}{X_C X_L} \left\{ X_L - \frac{X_C}{\pi} \left[ 2(\pi - \alpha_{SVC}) + \sin(-2\alpha_{SVC}) \right] \right\} \quad (22)$$

L'équation linéaire du SVC est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{2V_k^2}{\pi X_L} [\cos(2\alpha_{SVC}) - 1] \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta \alpha_{SVC} \end{bmatrix}^{(i)} \quad (23)$$

À la fin de l'itération  $(i)$ , la variation de l'angle d'amorçage  $\alpha_{SVC}$  est mise à jour selon :

$$\alpha_{SVC}^{(i)} = \alpha_{SVC}^{(i-1)} + \Delta \alpha_{SVC}^{(i)} \quad (24)$$

Pour la solution de l'EP par l'utilisation de la MNR en présence du SVC, l'approche de modélisation suppose que le SVC est une susceptance shunt variable continue, qui s'ajuste, automatiquement, afin d'assurer l'amplitude maximale de la tension nodale au JdB du SVC.

## 5. MÉTHODE DE NEWTON

### a - Préambule

La MN est bien connue dans le secteur des systèmes d'alimentation [9]. C'est un algorithme standard de

solution pour le problème de l'EPO depuis plusieurs décennies. Ce travail couvre, seulement, le processus de l'application de la MN à un problème de minimisation tel que l'EPO.

La MN est un algorithme de solution très puissant en raison de sa convergence rapide près de la solution. Cette propriété est, particulièrement, utile pour des applications dans les systèmes d'alimentation.

Comme discuté dans la section 3, le but de l'EPO est de minimiser une fonction objective tout en maintenant la sécurité du système.

La première étape pour résoudre le problème d'optimisation avec contraintes par la MN est de changer le problème en problème d'optimisation sans contraintes. Ceci est réalisé en augmentant la fonction de Lagrange FL par les équations (1) - (3). La forme générique peut être écrite comme suit :

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda' h(x) + \psi[g(x), \mu] \quad (25)$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont, respectivement, les vecteurs des multiplicateurs de Lagrange pour les contraintes d'égalité et d'inégalités.  $\psi[g(x), \mu]$  est la fonction de pénalité pour les contraintes d'inégalités.

Pour résoudre le problème de l'EPO par la MN, la fonction de Lagrange FL pour l'EP active et réactive est modélisée comme contrainte d'égalité, donnée par [5]:

$$L_{\text{systeme}}(x, \lambda) = F_T + \sum_{k=1}^{n_b} \lambda_{pk} [P_k(V, \theta) + P_{dk} - P_{gk}] + \sum_{k=1}^{n_b} \lambda_{qk} [Q_k(V, \theta) + Q_{dk} - Q_{gk}] \quad (26)$$

$F_T$ ,  $\lambda_{pk}$  et  $\lambda_{qk}$  sont, respectivement, la fonction objective et les multiplicateurs de Lagrange pour les équations de puissance active et réactive.

La solution de la fonction de Lagrange FL de l'équation (26) peut être, efficacement, réalisée par la solution itérative. L'équation linéaire du système est donnée par [5] :

$$W \Delta z = -g \quad (27)$$

$$\Delta z = [\Delta x \ \Delta \lambda]^t \quad (28)$$

$$g = [\nabla x \ \nabla \lambda]^t \quad (29)$$

$$\Delta x = [\Delta P_g \ \Delta \theta \ \Delta V]^t \quad (30)$$

$$\Delta \lambda = [\Delta \lambda_p \ \Delta \lambda_q]^t \quad (31)$$

La matrice  $W$  peut contenir des deuxièmes dérivées partielles de la fonction de Lagrange FL  $L(x, \lambda)$  par rapport aux variables d'état  $x$  et aux multiplicateurs de Lagrange  $\lambda$ .

$g$  et  $\Delta z$  sont, respectivement, le vecteur du gradient et le vecteur de correction. Les variables d'état sont, respectivement, les puissances actives  $P_g$ , les modules des tensions nodales  $V$  et leurs angles de phase  $\delta$ .

## b - Model du SVC pour l'EPO

La propriété du modèle linéaire du SVC pour la solution itérative de l'EPO par la MN est décrite ci-dessous. La variable d'état du SVC est combinée avec les variables d'état du réseau considérée.

### b<sub>1</sub> - Fonction de Lagrange

Le problème d'optimisation avec contrainte donnée par l'équation (1) – (3) est transformé en un problème d'optimisation sans contraintes par l'augmentation de la fonction de Lagrange FL du modèle du SVC exprimé sous forme de la susceptance B shunt réglable [5] & [10]:

$$L(x, \lambda) = f(P_g) + \lambda' h[P_g, V, \theta, \beta(\alpha)] \quad (32)$$

$f(P_g)$  et  $h[P_g, V, \theta, \beta(\alpha)]$ ,  $x$  et  $\lambda$  sont, respectivement, la fonction objective, les équations de l'EP, le vecteur des variables d'état et le vecteur des multiplicateurs de Lagrange pour les contraintes d'égalité.  $P_g$ ,  $V$ ,  $\theta$  et  $\beta(\alpha)$  sont, respectivement, les puissances actives P générées, l'amplitude et l'angle de phase de la tension et la susceptance B shunt du SVC.

La  $\beta(\alpha)$  peut être exprimée comme une susceptance équivalente  $\beta_{SVC}$  ou une susceptance qui est en fonction de l'angle d'amorçage  $\alpha$ . Ces 2 paramètres peuvent être utilisés comme des variables d'état.

La contribution du SVC à la fonction de Lagrange FL est, explicitement, représentée dans la MN comme contrainte d'égalité donnée par l'équation (33) [5] - [6] & [10]:

$$L_{SVC}(x, \lambda) = \lambda_{qk} Q_k \quad (33)$$

$x$  est le vecteur des variables d'état  $[V_k \ \beta(\alpha)]^T$ .  $Q_k$  est la puissance réactive Q injectée ou absorbée par le SVC au JdB k, comme donnée par l'équation (30).  $\lambda$  est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange avec  $\lambda_{qk}$  est le multiplicateur de Lagrange au JdB k lié à l'équation de la puissance réactive Q équilibrée [5] - [6] & [10].

### b<sub>2</sub> - Équations du système linéaire

La représentation du SVC pour le contrôle de l'EPO par la MN exige que pour chaque SVC, la matrice W soit augmentée par une ligne et une colonne. Dans la formulation de l'EPO,  $\alpha$  ou  $\beta_{SVC}$  selon le modèle du SVC sont considérés comme des variables d'état supplémentaires.

Pour l'étude de l'EPO, le modèle du SVC est déterminé par la susceptance équivalente du SVC,  $\beta_{SVC}$ . Elle est considérée comme variable d'état plutôt que l'angle d'amorçage  $\alpha$ . Les équations linéaires du système sont:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial V_k^2} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_k \partial \beta_{SVC}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & 0 & \frac{\partial Q_k}{\partial \beta_{SVC}} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \beta_{SVC} \partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \beta_{SVC}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_k \\ \Delta \lambda_{qk} \\ \Delta \beta_{SVC} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla V_k \\ \nabla \lambda_{qk} \\ \nabla \beta_{SVC} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Pour l'étude de l'EPO, il est normal de supposer que les amplitudes de la tension au JdB du SVC sont contrôlées dans les limites inférieures  $V_k^{\min}$  et supérieures  $V_k^{\max}$ .

## 6. SIMULATION & RESULTATS

### a - Choix du réseau test

Le réseau électrique choisi pour cette application est un réseau comprenant 5 JdB, représenté par la figure 2. Le JdB 1 est le JdB d'équilibre. Le JdB 2 est un JdB du type PV. Les JdB 3, 4 et 5 sont de types PQ.

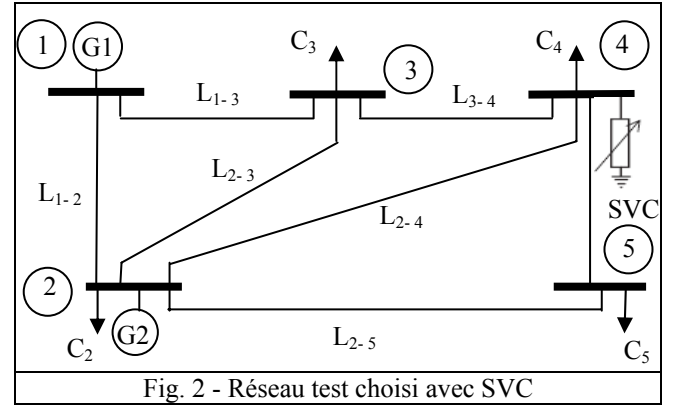


Fig. 2 - Réseau test choisi avec SVC

### b - Résultats du calcul de l'EP

L'étude de l'EP par l'application de la MNR avec SVC a donné les résultats présentés dans les tableaux 1 - 2. La convergence est obtenue en 6 itérations.

Les modules des tensions nodales V et leurs angles de phase  $\delta$  obtenus par notre simulation et ceux donnés par la référence [5] sont donnés dans le tableau 1. Les puissances actives P et réactives Q générées de nos résultats et celles de la référence [5] sont données dans le tableau 2. Le tableau 3 montre les variations de  $\alpha$  et de la susceptance du SVC.

TAB. 1 - V & $\delta$ du réseau test avec SVC				
JdB	Notre application		Obtenus par [5]	
N°	V [pu]	$\delta$ [deg]	V [pu]	$\delta$ [deg]
1	1.0600	0.0000	1.0600	0.000
2	1.0000	- 2.0533	1.0000	- 2.050
3	1.0000	- 4.8383	1.0000	- 4.830
4	0.9940	- 5.0999	0.9940	- 5.110
5	0.9751	- 5.7955	0.9750	- 5.800



TAB. 2 - <b>P &amp; Q</b> générées du réseau test avec SVC				
JdB	Générations			
	Notre application		Obtenues par [5]	
N°	$P_g$ [pu]	$Q_g$ [pu]	$P_g$ [pu]	$Q_g$ [pu]
1	1.3106	0.8534	1.3112	0.9082
2	0.4000	- 0.7673	0.4000	- 0.7707

TAB. 3 - Variations de $\alpha_{SVC}$ et de $B_{SVC}$				
JdB	Générations			
	Notre application		Obtenues par [5]	
Itérations	$B_{SVC}$ [pu]	$\alpha$ [deg]	$B_{SVC}$ [pu]	$\alpha$ [deg]
0	0.5140	145.0000	0.5140	145.00
1	0.4798	147.6221	0.1679	100.00
2	0.2188	125.1473	0.1038	130.23
3	0.2184	133.0318	0.2013	132.47
4	0.2184	133.0318	0.2047	132.55
5	0.2184	132.8004	0.2047	132.55

### c - Résultats du calcul de l'EPO

Après l'optimisation, les puissances actives **P** et réactives **Q** générées, les modules des tensions nodales **V** et leurs angles  $\delta$  du réseau considéré avec SVC placé au **JdB 4** de notre applications et celle de la référence [5] sont données, respectivement, dans les tableaux 4 - 5.

Les vecteurs des variables de contrôle **u** et d'état **x** de nos résultats et de la référence [5] avec SVC installé au **JdB 4** sont présentés dans les tableaux 6 - 7.

TAB. 4 - <b>P &amp; Q</b> générées du réseau test avec SVC				
JdB	Générations			
	Notre application		Obtenues par [5]	
N°	$P_g$ [pu]	$Q_g$ [pu]	$P_g$ [pu]	$Q_g$ [pu]
1	0.8045	- 0.0460	0.8014	- 0.0231
2	0.8770	0.1711	0.8787	0.0471
Pertes	<b>3.154 [MW]</b>		<b>3.1422 [MW]</b>	

TAB. 5 - <b>V &amp; <math>\delta</math></b> du réseau test avec SVC				
JdB	Générations			
	Calculés		Obtenus par [5]	
N°	$V$ [pu]	$\delta$ [deg]	$V$ [pu]	$\delta$ [deg]
1	1.1000	0.000	1.109	0.000
2	1.0949	- 1.4131	1.090	- 1.304
3	1.0682	- 3.6742	1.083	- 3.701
4	1.0678	- 3.9148	1.085	- 3.962
5	1.0639	- 4.5124	1.075	- 4.450

TAB. 6 - Vecteur des variables de contrôle <b>u</b> avec SVC installé au <b>JdB 4</b>			
Variables	$P_{g2}$ [pu]	$V_1$ [pu]	$V_2$ [pu]
Valeurs	0.8770	1.1000	1.0949

TAB. 7 - Vecteur des variables d'état <b>x</b> avec SVC installé au <b>JdB 4</b>				
Variables	$\delta_2$ [deg]	$\delta_3$ [deg]	$\delta_4$ [deg]	$\delta_5$ [deg]
Valeurs	- 1.4131	- 3.6742	- 3.9148	- 4.5124
Variables	$V_3$ [pu]	$V_4$ [pu]	$V_5$ [pu]	$B_{SVC}$ [pu]
Valeurs	1.0682	1.0678	1.0639	0.2184

On peut remarquer que les puissances actives **P** et réactives **Q** générées sont, respectivement, **131.06 [MW]**,

**40 [MW]**, **85.34 [MVar]** et **- 76.73 [MVar]**. Les pertes actives totales sont de **6.06 [MW]**. Les pertes actives totales sont de **3.54 [%]** de la puissance totale générée  $P_g$ . Par contre, les pertes actives totales sont de **3.67 [%]** de la puissance totale demandée  $P_d$ .

Par observation des résultats présentés dans le tableau 1, les puissances actives **P** et réactives **Q** générées sont, nettement, différentes de celles données par la solution de l'EP sans SVC. Ces valeurs sont presque les mêmes que celles données par la référence [5]. On remarque que la puissance **P** générée au **JdB 1** est réduite de **131.122 [MW]** à **131.06 [MW]**. La puissance réactive **Q** générée au **JdB 1** est réduite de **90.82 [MVar]** à **85.34 [MVar]**. Le générateur **G<sub>2</sub>** absorbe une quantité de puissance réactive **Q** de **76.73 [MVar]**.

On peut observer des résultats présentés dans les tableaux 3 et 6, tous les modules des tensions nodales et leurs angles de phase  $\delta$  sont dans les limites préinscrites.

Après l'optimisation, on remarque que la puissance **P** générée au **JdB 1** est réduite de **131.06 [MW]** à **80.45 [MW]**. La puissance **P** générée au **JdB 2** a augmenté de **40 [MW]** à **87.705 [MW]**. La puissance réactive **Q** générée au **JdB 1** est réduite de **85.34 [MVar]** à **- 4.60 [MVar]**. On remarque que le générateur **G<sub>1</sub>** absorbe du réactif. Par contre, Le générateur **G<sub>2</sub>** a changé de **JdB** type **PQ** (dans le cas du calcul de l'EP, où le générateur **G<sub>2</sub>** absorbe une quantité de la **Q** de **76.73 [MVar]**) à un **JdB** type **PV**, où le générateur **G<sub>2</sub>** génère une quantité de la puissance **Q** d'une valeur de **17.11 [MVar]**.

Les pertes totales de la puissance **P** sont réduites de **6.06** à **3.154 [MW]**. Les résultats de simulation sont presque semblables. Les pertes sont réduites d'une valeur de **48.49 [%]**.

## 7. CONCLUSIONS

L'EPO est un problème d'optimisation multivariable à fonction objective non linéaire avec contraintes. Ce problème d'optimisation peut être traité par différentes méthodes numériques après avoir supposé quelques simplifications et traitements spéciaux. Ces méthodes peuvent mener à des minimums locaux et parfois, à une divergence.

Les FACTS permettent un contrôle précis des transits **Q**, une optimisation des transits de **P** sur les installations existantes et une amélioration de la stabilité dynamique du réseau. Ils permettent, aussi, aux consommateurs industriels de réduire les déséquilibres de charges et de contrôler les fluctuations de tensions créées par des variations rapides de la demande de **Q**. Ainsi, ils permettent d'augmenter les productions, de réduire les pertes, les coûts et d'allonger la durée de vie des équipements.

## 8. REFERENCES

[1] Stephane Gerbex "Métaheuristiques appliquées au placement optimal de dispositifs FACTS dans un réseau électrique", Thèse de Doctorat, N°2742, Faculté des Sciences et Techniques de l'Ingénieur, Institut des Sciences de l'Energie, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, EPFL, Suisse, 2003.

[2] Adama D. Diarra, "La répartition optimale de la puissance réactive pour le contrôle des tensions de JdB

d'un réseau électrique par simplex LP ", Mémoire de Maîtrise en Sciences Appliquées, Département de Génie Electrique, Université du Québec, Canada, 1982.

[3] E. Gholipour Shahraki, "Apport de l'UPFC à l'amélioration de la stabilité transitoire des réseaux électriques", Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-I, France, 2003.

[4] K. Chikhi, "Contribution à l'analyse de la qualité de l'énergie électrique dans le cas de la stabilité de la tension", Thèse de Doctorat, Encadrée par Dr. C. Fetha, Département d'Electrotechnique, Université de Batna, Algérie, Novembre 2007.

[5] E. Acha, C. R. Fuerte-Esquivel, H. Ambriz-Pérez & Cesar Angeles-Camacho, "FACTS modelling and simulation in power networks", John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, 2004.

[6] H. Ambriz-Pérez, E. Acha, and C. R. Fuerte-Esquivel, "Advanced SVC models for Newton-Raphson load flow and Newton optimal power flow studies", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, N°. 1, February 2000.

[7] H. Boudjella "Contrôle des puissances et des tensions dans un réseau de transport au moyen de dispositifs FACTS (SVC)". Mémoire de Magister en Electrotechnique, Option conversion d'énergie & commande, Université Djillali Liabes, Sidi Bel Abbes, Algérie, 2007.

[8] G. Ravi Kumar, R. Kameswara Rao and Dr. S. S. Tulasi Ram, "Power flow control and transmission loss minimization model with TCSC and SVC for improving system stability and security".

[9] James Daniel Weber, "Implementation of a Newton based optimal power flow into a power system simulation environment", Master degree of Science, Electrical Engineering, Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign, USA, 1997.

[10] B. Venkateswara Rao, Dr. G. V. Nagesh Kumar, M. Ramya Priya and P. V. S. Sobhan, "Optimal power flow by Newton method for reduction of operating cost with SVC models", International Conference on Advances in Computing, Control and Telecommunication Technologies, 2009.