

# Théorie du jeu coopératif et son application au calcul des pertes de transmissions

K.F. Elatrech, F.Z. Gherbi, S. Hadjeri, K. Merini

Laboratoire ICEPS (Intelligent Control and Electrical Power System)

Université Djillali Liabes, Sidi-Bel-Abbès, Algérie

E-mail : [kratima@yahoo.fr](mailto:kratima@yahoo.fr)

**Résumé :** Notre travail consiste à déterminer les pertes de transmission des lignes et du réseau en utilisant une stratégie d'une théorie du jeu coopérative de la méthode quadratique. Les valeurs de coalition du problème d'attribution de pertes de transmissions montrent une variation spécifique et il est possible de développer la solution analytique pour déterminer le minimum. Ainsi une solution analytique est réalisée sans utilisation de série de programmes linéaires. Elle a été appliquée à un réseau IEEE de 14 nœuds. On constate que cette méthode permet d'obtenir une répartition équitable et exige moins de temps de calcul.

**Mots Clefs :** Jeu coopératif, pertes de transmissions, écoulement de puissances, programmation quadratique.

## Introduction :

Le rôle primordial de toute entreprise chargée de la production d'énergie est d'assurer à tout moment et en tout lieu la couverture en puissances actives et réactives demandées par tous les utilisateurs et de garantir une qualité acceptable de l'énergie livrée avec un coût aussi faible que possible.

Dans le marché électrique dérégulé, une des questions les plus importantes est l'attribution des pertes de transmission parmi des participants du marché, puisque les pertes du réseau peuvent typiquement représenter la partie significative de la production totale d'énergie. La difficulté principale de l'attribution de perte est provoquée par les propriétés fortement non-linéaires et inséparables de la fonction des pertes.

On a proposé un certain nombre d'étude dans la littérature [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11],[12]. Quelques approches sont basées sur l'écoulement de puissance en DC, alors qu'un certain sur l'écoulement de charge en AC pour trouver le résultat de l'écoulement de puissance réel. Quelques arrangements sont basés sur l'écoulement de puissance des lignes, alors que certaines techniques sont basées sur les courants des branches.

La théorie des jeux rectangulaires fournit aux mécanismes bien-comportés de solution les

dispositifs économiques pour évaluer l'interaction de différents participants aux marchés compétitifs et résoudre les conflits parmi des joueurs [4]. En particulier, la théorie des jeux rectangulaires coopérative est un outil le plus commode pour résoudre le problème d'attribution de coût [11]. Le principal concept de la solution du jeu coopératif est trouvé par la série de programmes linéaires. Ainsi, SHAPELY VALUE [7], est préférée pour résoudre les problèmes de jeux coopératifs.

Dans cet article une nouvelle variante de jeu coopératif est décrite, cette méthode est directement appliquée et n'a pas besoin de n'importe quel programme linéaire ou de n'importe quelle routine d'optimisation. La fonction des pertes de transmission est dérivée en fonction des courants injectés. Trois formulations de base sont présentées pour déterminer les différents courants injectés. Un modèle de base présente les pertes seulement aux générateurs, un deuxième modèle présente les pertes aux charges et un troisième modèle présente les pertes aux générateurs et aux charges. La principale différence est que les anciennes méthodes exigent que la charge soit constante pendant un certain temps pour résoudre l'écoulement de puissance en fonction de la matrice admittance. Et en conséquence la méthode de la matrice admittance des nœuds (Ybus) est modifiée, alors que la formule des courants injectés aux nœuds forme directement la matrice admittance des nœuds. Chaque injection de courant est alors traitée en tant que joueur individuel du jeu d'attribution de perte de transmission.

Les approches sont basés sur les courants de branche, pas sur le power-flow des branches.

## I. Jeu coopératif quadratique équilibré

On considère le jeu coopératif linéaire équilibré par 'n' personne décrit par les équations [7], [12]. Le jeu équilibré peut être décrit comme vecteur de solution qui satisfait toutes les contraintes.

$$x(S) = v(S) \quad (1)$$

$$x(N) = v(N) \quad (2)$$

Avec  $x(S)$  est l'ensemble de solution et  $x(N)$  est la plus grande solution possible.

Soit la solution de vecteur:

$$x = \begin{bmatrix} x_1^* & x_2^* & \dots & x_{n-1}^* & x_n^* \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

Puis le jeu coopératif (quadratique) du second degré qui est décrit comme suit.

$$\min \in (S)$$

$$y(S) \geq (v(S))^2 + \in(S) \quad (4)$$

$$y(N) = (v(N))^2 \quad (5)$$

Si la solution au jeu est

$$y = \begin{bmatrix} y_1^* & y_2^* & \dots & y_{n-1}^* & y_n^* \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

Alors la solution entre les vecteurs est

$$y = v(N) \cdot x$$

Multiplier les équations (1) par le  $v(N)$

$$x(S) \cdot v(N) = v(S) \cdot v(N) \quad (8)$$

Dans un jeu coopératif équilibré on comprend cela par :

$$x(S) \cup x(S') = x(N) \quad (9)$$

$$v(S) + v(S') = v(N) \quad (10)$$

Ou  $S'$  est le conjugué de la solution  $S$

$$y(S) = (v(S))^2 + v(S) \cdot v(S') \quad (11)$$

$$y(N) = (v(N))^2 \quad (12)$$

En comparant les équations (4&11) la valeur minimum du vecteur excessif est déterminée par

$$e(S) = v(S) \cdot v(S') = e(S') \quad (13)$$

Par conséquent cette étude peut être prolongée à toutes les solutions ce qui est vraies aussi bien pour les nombres complexes, qui montre la solution d'équilibre. Les équations 4&5 sont modifiées pour les nombres complexes.

$$y(S) \geq |v(S)|^2 + \in(S) \quad (14)$$

$$y(N) = |v(N)|^2 \quad (15)$$

Pour un réseau à 'n' nœuds avec 'm' générateurs, les pertes de transmission entre le nœud 'i' et le nœud 'j' sont en fonction du courant individuel pour chaque générateur comme suit :

$$P_{ij} = \left( \sum_{k=1}^m I_k \right)^* \cdot \left( \sum_{k=1}^m I_k \right) \cdot R_{ij} \quad (16)$$

$I_k$  est le courant du 'générateur de 'k'th de d'élément 'ij' et il peut être déterminé à partir de la méthode modifiée nœuds de Y (Daniel et autres, 2005) employant la solution convergée d'écoulement de charge.

$R_{ij}$  : est la résistance de la ligne d'élément 'ij' relié entre le nœud 'i' et le nœud 'j'.

$$v_{nm} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \text{diag} \begin{bmatrix} I_G \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$v_{nm}$  : est une matrice carrée de taille 'n' et de colonnes m+1, les nœuds de charge seront pour 'n' égale à zéro.

## II. Pertes aux générateurs et aux charges

Dans cette partie la formule des pertes est appliquée pour les nœuds de production et pour les nœuds de consommation. Le calcul de la tension pour chaque nœud est représenté par la formule suivante :

$$v_{nm} = Z_{bus} \cdot \text{diag} \begin{bmatrix} I_{bus} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Les pertes de transmission de l'élément 'ij' en fonction du courant individuel est maintenant donnée par :

$$P_{ij} = \left( \sum_{k=1}^m I_k \right)^* \cdot \left( \sum_{k=1}^m I_k \right) \cdot R_{ij} \quad (19)$$

Pour les deux méthodes les formules des courants des nœuds 'k' et pour l'élément 'ij' est de :

$$I_k = (v_{ik} - v_{jk}) / z_{ij} \quad (20)$$

$z_{ij}$  L'impédance de la ligne de transmission de l'élément 'ij' (on considère le modèle en pi pour la ligne de transmission).

Puisque les pertes de transmission sont réelles, l'effet des admittances shunt peut être ignoré.

La formule du courant du générateur 'k' de l'élément 'ij' est maintenant donnée par :

$$I_k = (v_{ik} - v_{jk}) / z_{ij} \quad (21)$$

$z_{ij}$  L'impédance de la ligne de transmission de les éléments 'ij' (on considère le modèle en pi pour la ligne de transmission). On peut observer que le courant qui traverse une branche est la somme algébrique des différents courants de chaque générateur

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_{ij} \quad (22)$$

Pour chaque élément 'ij' de l'élément, les solutions présentent une condition d'équilibre en raison de la loi des courants des Kirchoff.

Si on considère que 'S' sont les solutions possibles

$$x(S) = I(S) \quad (23)$$

$$x(N) = I_{ij} \quad (24)$$

Donc la vectrice solution pour ce jeu coopératif équilibré est :

$$_{ij} x = [_{ij} I_1 \quad _{ij} I_2 \quad \dots \quad _{ij} I_n] \quad (25)$$

Maintenant les valeurs des pertes transmission pour le problème considéré sont données par :

$$\min e(S) \quad (26)$$

$$y(S) \geq (I(S) \cdot I^*(S)) + e(S) \quad (27)$$

$$y(N) = |I_{ij}|^2 \quad (28)$$

$$_{ij} y = \text{real} (I_{ij}^* \cdot _{ij} x) \quad (29)$$

On déterminée La solution des pertes de transmission du générateur 'k' de l'élément 'ij' comme suite.

$$_{ij} P_k = _{ij} y_k \cdot R_{ij} \quad (30)$$

Maintenant la solution des pertes de transmission du générateur k est la somme des pertes de chaque élément de la ligne de ce générateur.

$$_{loss} P_k = \sum_{ij} _{ij} P_k \quad (31)$$

### III. Résultats de simulation

Les injections de courants (Hsieh et Wang, 2006 ; Shih-Chieh, 2000) dans chaque ligne du réseau électrique obéissent la loi des kirchoff et les pertes de transmission sont en fonction du carrée des courants injectés. Ceci montre une variation spécifique et il est possible de développer la solution analytique pour déterminer le minimum des pertes. Ceci est réalisé sans utilisation de série de programmes linéaires. La méthode est appliquée à un réseau IEEE 14 nœuds (Fig.1).

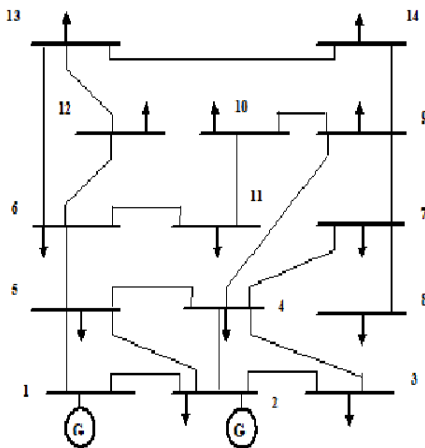


Figure1 : Réseau IEEE 14 nœuds

Le Tableau1 présente la solution convergée d'écoulement de puissance du réseau à 14 nœuds. Le Tableau 2 présente les pertes de transmission seulement sur les générateurs, le Tableau 3 présente les pertes de transmission seulement sur les charges et le Tableau 4 présente les pertes de transmission des générateurs et des charges.

Bus no	Puissance active P(MW)	Puissance réactive Q(MW)	Module de tension pu	Angle de tension Degrees
1	232.4347	-16.9919	1.0600	0
2	18.3000	31.6450	1.0450	-5.0674
3	-94.2001	5.9643	1.0100	-13.0352
4	-47.8008	3.8990	1.0177	-10.8362
5	-7.5997	-1.6000	1.0197	-8.4662
6	-11.2003	5.0607	1.0700	-13.9740
7	-0.0007	-0.0007	1.0614	-14.0892
8	0.0000	17.7122	1.0900	-13.0892
9	-29.4993	-16.5991	1.0558	-14.7752
10	-8.9998	-5.7994	1.0508	-14.9193
11	-3.4999	-1.7999	1.0568	-14.5787
12	-6.0999	-1.5998	1.0552	-14.8345
13	-13.4997	-5.7994	1.0503	-14.9211
14	-14.8995	-4.9989	1.0354	-15.8393
Transmission de perte (MW)			13.5574	

Tableau 1 : Solution de l'écoulement de puissance pour un réseau à 14 nœuds par la méthode proposée

Line NO :	G1 (MW)	G2 (MW)	Pertes (MW)
1	4.4881	-0.0468	4.4413
2	2.5156	0.0680	2.5836
3	2.2548	0.1972	2.4520
4	1.7666	0.1752	1.9418
5	0.6585	0.0884	0.7469
6	0.2957	0.0167	0.3124
7	1.0809	0.0690	1.1499
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0.0551	0.0035	0.0586
12	0.0673	0.0050	0.0723
13	0.2002	0.0147	0.2149
14	-0.0108	-0.0008	-0.0116
15	-0.0028	-0.0002	-0.0030
16	0.0112	0.0011	0.0123
17	0.1040	0.0087	0.1127
18	0.0134	0.0007	0.0141
19	0.0061	0.0004	0.0065
20	0.0535	0.0036	0.0571
Total	13.5574	0.6044	14.1618

Tableau 2 : Les pertes de transmission par la méthode proposée (seulement les nœuds de production).

Line NO :	L3 (MW)	L4 (MW)	L5 (MW)	L6 (MW)	L7 (MW)	L8 (MW)	L9 (MW)	L10 (MW)	L11 (MW)	L12 (MW)	L13 (MW)	L14 (MW)
1	1.9058	0.8505	0.1267	0.1885	0.0000	-0.0111	0.5351	0.1634	0.0628	0.1078	0.2410	0.2708
2	0.8103	0.5497	0.1044	0.1493	0.0000	-0.0033	0.3671	0.1131	0.0448	0.0801	0.1762	0.1920
3	1.7442	0.2536	0.0294	0.0464	0.0000	-0.0065	0.1540	0.0465	0.0172	0.0282	0.0641	0.0749
4	0.4975	0.5288	0.0598	0.1009	0.0000	0.0063	0.2969	0.0888	0.0333	0.0563	0.1255	0.1478
5	0.1050	0.1803	0.0435	0.0579	0.0000	-0.0034	0.1331	0.0418	0.0171	0.0313	0.0686	0.0716
6	0.6074	-0.1104	-0.0122	-0.0219	0.0000	-0.0054	-0.0569	-0.0169	-0.0064	-0.0112	-0.0245	-0.0291
7	0.4974	0.3592	-0.0106	0.0102	0.0000	0.0157	0.1295	0.0357	0.0110	0.0133	0.0338	0.0547
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.0081	0.0065	-0.0006	-0.0093	0.0000	-0.0080	0.0432	0.0218	0.0149	-0.0074	-0.0149	0.0044
12	0.0013	0.0010	-0.0001	-0.0014	0.0000	-0.0015	0.0072	0.0015	-0.0002	0.0324	0.0206	0.0115
13	0.0068	0.0054	-0.0005	-0.0081	0.0000	-0.0062	0.0356	0.0071	-0.0009	0.0170	0.1012	0.0574
14	-0.0010	-0.0005	-0.0001	-0.0001	0.0000	-0.0078	-0.0009	-0.0003	-0.0001	-0.0001	-0.0004	-0.0004
15	0.0023	0.0012	0.0001	0.0000	0.0000	-0.0005	-0.0031	-0.0009	-0.0002	-0.0002	-0.0006	-0.0011
16	-0.0017	-0.0014	0.0001	0.0012	0.0000	0.0031	-0.0108	0.0142	0.0033	0.0017	0.0036	-0.0011
17	-0.0084	-0.0067	0.0006	0.0095	0.0000	0.0085	-0.0448	-0.0090	0.0011	0.0127	0.0397	0.1095
18	0.0038	0.0030	-0.0003	-0.0046	0.0000	-0.0033	0.0197	0.0099	-0.0058	-0.0034	-0.0069	0.0020
19	0.0005	0.0004	-0.0000	-0.0004	0.0000	-0.0007	0.0028	0.0006	-0.0001	-0.0093	0.0082	0.0045
20	0.0072	0.0057	-0.0005	-0.0090	0.0000	-0.0059	0.0369	0.0074	-0.0009	-0.0107	-0.0327	0.0595
Total	6.1865	2.6264	0.3399	0.5090	0.0000	-0.0302	1.6446	0.5248	0.1909	0.3383	0.8025	1.0292

**Tableau 3 : Les pertes de transmission par la méthode proposée (seulement sur les charges)**

Line NO :	G1 (MW)	G2 (MW)	L3 (MW)	L4 (MW)	L5 (MW)	L6 (MW)	L7 (MW)	L8 (MW)	L9 (MW)	L10 (MW)	L11 (MW)	L12 (MW)	L13 (MW)	L14 (MW)
1	4.0802	-0.1131	0.3294	0.0569	0.0005	-0.0045	0.0000	-0.0224	0.0510	0.0161	0.0051	0.0057	0.0168	0.0196
2	1.9754	0.1106	0.0104	0.1550	0.0355	0.0635	0.0000	0.0435	0.0600	0.0172	0.0089	0.0212	0.0396	0.0428
3	1.0572	0.0633	-0.2205	0.0227	-0.0056	-0.0128	0.0000	-0.0251	0.0324	0.0102	0.0025	0.0008	0.0061	0.0089
4	1.6822	0.0696	-0.2205	0.1593	0.0059	0.0023	0.0000	-0.0425	0.1262	0.0390	0.0125	0.0154	0.0417	0.0509
5	0.3021	0.1223	-0.0452	0.1098	0.0284	0.0473	0.0000	0.0289	0.0480	0.0143	0.0073	0.0170	0.0328	0.0339
6	-0.2341	-0.0010	0.7069	-0.0584	-0.0052	-0.0070	-0.0000	0.0068	-0.0397	-0.0121	-0.0043	-0.0063	-0.0153	-0.0179
7	1.3407	-0.2248	-0.0296	0.0682	-0.0389	-0.0915	0.0000	-0.1451	0.1494	0.0492	0.0116	-0.0002	0.0260	0.0349
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.0127	-0.0016	0.0032	0.0038	-0.0009	-0.0102	0.0000	-0.0090	0.0427	0.0217	0.0149	-0.0076	-0.0152	0.0040
12	0.0022	-0.0002	0.0004	0.0006	-0.0001	-0.0015	0.0000	-0.0016	0.0071	0.0014	-0.0002	0.0324	0.0205	0.0115
13	0.0102	-0.0013	0.0029	0.0033	-0.0007	-0.0088	0.0000	-0.0070	0.0353	0.0071	-0.0009	0.0169	0.1009	0.0571
14	-0.0306	-0.0004	0.0118	0.0061	0.0008	0.0017	0.0000	-0.0069	0.0021	0.0006	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013
15	-0.0001	-0.0038	0.0028	0.0011	0.0003	-0.0004	0.0000	-0.0024	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	-0.0002
16	-0.0041	0.0002	-0.0001	-0.0005	0.0003	0.0014	0.0000	0.0032	-0.0105	0.0143	0.0033	0.0018	0.0037	-0.0009
17	-0.0133	0.0016	-0.0032	-0.0039	0.0009	0.0104	0.0000	0.0094	-0.0443	-0.0089	0.0012	0.0129	0.0400	0.1099
18	0.0055	-0.0008	0.0017	0.0019	-0.0004	-0.0050	0.0000	-0.0038	0.0195	0.0099	-0.0058	-0.0035	-0.0070	0.0019
19	0.0010	-0.0001	0.0001	0.0002	-0.0001	-0.0005	0.0000	-0.0007	0.0028	0.0006	-0.0001	-0.0093	0.0081	0.0045
20	0.0101	-0.0015	0.0034	0.0037	-0.0007	-0.0097	0.0000	-0.0068	0.0367	0.0073	-0.0010	-0.0108	-0.0329	0.0592
Total	10.1971	0.0188	2.0657	0.5298	0.0201	-0.0253	0.0000	-0.1815	0.5181	0.1879	0.0554	0.0869	0.2674	0.4213

**Tableau 4 : Les pertes de transmission par la méthode proposée (les générateurs et les charges)**

## Conclusion

Une méthode efficace et intéressante est présentée pour résoudre une variante de jeu coopératif et appliquée pour résoudre le problème du calcul des pertes de transmission. En effet les pertes totales de transmission pour les générateurs seuls sont égales à 14.1618 MW et les pertes totales de transmission pour les générateurs et les charges sont les mêmes résultats c'est-à-dire 14.1618 MW. Cette méthode offre la solution directe et ne devient pas affectée par la dimensionnalité du problème.

## References

- [1]. Chang Y-C and Lu C-N (2002) Bus-oriented transmission loss allocation. IEEE. Proc.-Gener. Transm. Distrib. 149, 402-406.
- [2]. Conejo AJ, Arroyo JM, Alguacil N, and Guijarro AL (2002) Transmission loss allocation: a comparison of different practical algorithms. IEEE Trans. Power Syst. 17, 571-576.
- [3]. Daniel JS, Salgado RS and Irving MR (2005) Transmission loss allocation through a modified Ybus. IEE Proceedings- Generation, Transmission and Distribution. 152, 208-214.
- [4]. Ding Q and Abur A (2004) Transmission loss allocation in a multiple transaction framework. IEEE Trans. Power Syst. 19, 214-220.
- [5]. Galiana FD and Phelan M (2000) Allocation of transmission losses to bilateral contracts in a competitive environment. IEEE Trans. Power Syst. 15, 143-150.
- [6]. Gross, G and Tao S (2000) A physical-flow-based approach to allocating transmission losses in a transaction framework. IEEE Trans. Power Sys. 15, 631-637.
- [7]. Hsieh S-C and Wang HM (2002) Allocation of transmission losses based on cooperative game theory and current injection models. In: Proc. IEEE Int. Conf. Industrial Tech., Bangkok, Thailand, 11-14 Dec. 2002, pp. 850-853.
- [8]. Leite da Silva AM, Guilherme de Carvalho Costa J (2003) Transmission loss allocation: part I – single energy market. IEEE Trans Power Syst. 18, 1389-1394.
- [9]. Tsukamoto Y and Iyoda I (1996) Allocation of fixed transmission cost to wheeling transactions by cooperative game theory. IEEE Trans. Power Syst. 11, 620-629.
- [10]. Young H (1994) Cost Allocation. In: Handbook of Game Theory. vol. 2, pp. 1193-1235.
- [11]. Kodad F (2007) Analytical solution to balanced quadratic cooperative game and its application to transmission loss allocation Vol.1 No.2.
- [12]. Shih-Chieh Hsieh (2006) Fair Transmission Loss Allocation Based on Equivalent Current Injection and Shapely Value. IEEE Power Engineering Society General Meeting.