

Réponse Transitoire d'un Réseau de Terre Simple Géométrie: Cas d'Electrodes Verticales

T. ROUIBAH*, A. BAYADI* et K. KAROUM**

*Département d'électrotechnique, université de Setif, Email: hocine_pg@yahoo.fr, a_bayadi@yahoo.fr

** Département d'électrotechnique, université de Blaise Pascal, France, Email:

Kamal.KERROUM@lasmea.univ-bpclermont.fr

Résumé– Dans ce papier nous présentons une méthode d'analyse des systèmes de mise à la terre (électrode verticale), le modèle mathématique est basée sur la théorie des antennes (fil mince). L'équation intégral-différentiel de Pocklington est résolue par la méthode des moments. Un programme informatique sous environnement MATLAB a été développé pour la détermination des courants induits. Le programme est validé en comparant ses résultats avec ceux obtenus par le logiciel commercial NEC-4.

Abstract – In this paper we present an analysis method for earthing system (vertical electrode). The mathematical model is based on antennas theory. Pocklington integro-differential equation is solved using the method of moments. A computer program under MATLAB environment has been developed for the determination of the induced currents. The program is validated by comparing its results with those obtained by Numerical Electromagnetic Code NEC-4.

Mots clés : Prises de terre, Méthode des moments, NEC-4, Régime transitoire, Coefficients de réflexion

I. INTRODUCTION

Le réseau de transport d'énergie reste parmi les cibles privilégiées de la foudre qui peut décharger des intensités de courant pouvant atteindre des centaines de kA. Un impact direct sur un réseau de transport peut engendrer des dommages importants non seulement au niveau de l'isolation des équipements électriques mais aussi, suite à la propagation de ces ondes, des anomalies peuvent toucher même les équipements fonctionnant en basse tension.

Afin de se protéger contre ces perturbations extérieures, nous rencontrons dans le réseau, les câbles de garde, les parafoudres ainsi que les mises à la terre. Les mises à la terre des installations électriques jouent un rôle important, en périodes perturbées, dans le comportement des réseaux et dans la sécurité du personnel et du public.

En général, la réponse transitoire d'un système linéaire peut être obtenue directement, en résolvant les équations dans le domaine temporel, ou par approche du domaine fréquentiel et transformée de Fourier inverse.

A l'état actuel des choses, il y a eu quelques études portant sur l'analyse transitoire des systèmes de

mise à la terre basées sur des approches analytiques, des modèles de lignes de transmission et électromagnétiques [1-5].

L'approche classique est généralement liée à la méthode des lignes de transmission (TLM) [2, 3]. L'approche TLM est, toutefois, valable pour un conducteur horizontal, mais elle n'est pas pratique pour la modélisation des électrodes verticales. En outre, l'effet de l'interface air-sol a souvent été négligé en supposant que les conducteurs sont enterrés à une profondeur très importante [6]. Enfin, l'approche TLM n'est pas valable pour les sols à faible conductivité et également, elle néglige l'effet du couplage mutuel entre les éléments du réseau de terre.

Une approche plus rigoureuse est basée sur la théorie des antennes qui est actuellement considérée comme l'approche la plus précise [4, 5, 7]. Cette approche est basée sur la résolution des équations intégrales du champ électrique.

Dans cette approche l'effet d'atténuation due au sol est pris en compte par l'intégrale de Sommerfeld, figurant dans le noyau des équations intégrales. Toutefois, cette approche souffre du problème du temps de calcul trop long pour l'évaluation des spectres de fréquences large bande, et pour des systèmes complexes (grilles de mise à la terre), et elle devrait être évitée autant que possible [8]. L'utilisation de l'approche de coefficient de réflexion est l'une des solutions possibles pour éviter le calcul des intégrales de Sommerfeld [4-5-7, 9].

Afin d'écouler rapidement les énergies supplémentaires introduites lors d'un défaut, la prise de terre reste le moyen de protection le plus utilisé.

Malheureusement le comportement de cette dernière est tributaire de plusieurs facteurs (résistivité du sol, la longueur de la mise à la terre, ionisation du sol, ...).

Dans ce travail nous analysons les prises de terre de types filiformes, électrode verticale. A cet effet un programme informatique sous environnement MATLAB est développé. L'analyse mathématique est basée sur la théorie des antennes dans le domaine fréquentiel le passage en temporel se fait à l'aide de la transformée de Fourier inverse.

Enfin, nous proposons une validation de cette approche en confrontant nos résultats à ceux obtenus en utilisant le logiciel NEC-4 [10].

II. EQUATION INTEGRALE DU COURANT INDUIT LE LONG D'UNE ELECTRODE VERTICALE

La géométrie utilisée est une électrode verticale droite de longueur l et de rayon a , enterré à une profondeur d (Fig. 1).

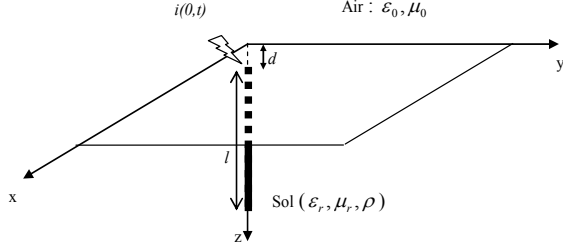


Fig. 1. Electrode enterrée verticalement.

L'électrode est supposée un fil mince parfaitement conducteur [4, 7, 8, 11].

Le point de départ dans le modèle mathématique est l'évaluation de la distribution de courant induit sur l'électrode verticale due à une excitation temporelle et pour un certain nombre de fréquences dans une bande de fréquence d'intérêt. Cette distribution de courant est obtenue par la résolution de l'équation intégral-différentielle de Pocklington. Cette équation peut être obtenue en exprimant le champ électrique en fonction du potentiel vecteur de Hertz et en satisfaisant les conditions aux limites des composantes du champ tangentielle sur la surface de l'électrode.

Le champ électrique induit dans le voisinage de l'électrode enterrée dans un demi-espace imparfaitement conducteur [7] peut être exprimée en terme de vecteur potentiel de Hertz noté Π :

$$\vec{E} = \nabla \left(\nabla \cdot \vec{\Pi} \right) + k_1^2 \vec{\Pi} \quad (1)$$

où k_1 est coefficient de propagation dans le sol:

$$k_1^2 = -\omega^2 \mu \epsilon_{eff} \quad (2)$$

et ϵ_{eff} désigne la permittivité complexe du sol:

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_r \epsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (3)$$

où ϵ_r et σ sont les permittivité relative et la conductivité du sol, respectivement, et ω désigne la fréquence de fonctionnement.

III. APPROCHE INTEGRALE DE SOMMERFELD

Pour le cas d'une électrode verticale alimentée par un courant source I_g l'équation vectorielle (1) peut être écrite comme un ensemble de deux scalaires, une équation de la composante normale et l'autre de la composante tangentielle du champ électrique:[6]:

$$E_x(x, z) = \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \quad (4)$$

$$E_z(x, z) = \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] \Pi_z \quad (5)$$

$$\Pi_x = \frac{1}{j4\pi\omega\mu\epsilon_{eff}} \times \int_{-d-L}^d \left[g_0(x, z, z') - g_i(x, z, z') + k_2^2 V_{11} \right] I(z') dz' \quad (6)$$

où $I(z')$ est la distribution du courant le long du fil,

$g_0(x, z, z')$: désigne la fonction de Green dans l'espace libre de la forme:

$$g_0(x, z, z') = \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} \quad (7)$$

$g_i(x, z, z')$: découle de la théorie de l'image est donné par:

$$g_i(x, z, z') = \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} \quad (8)$$

où R_{1h} et R_{2h} sont les distances entre le point source (courant) et le point champ (observateur) et le point source (image) et le point champ (observateur).

L'effet d'atténuation due au sol est pris en compte par le terme V_{11} de l'intégral de Sommerfeld [1]:

$$V_{11} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_1(h-z)}}{k_2^2 \mu_1 + k_1^2 \mu_2} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (9)$$

$$\mu_1 = (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} \quad \mu_2 = (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2} \quad \rho_1 = |x - x'| \quad (10)$$

Le courant $I(z)$ a pour origine le champ électromagnétique qualifié de champ appliqué E_z^i qui existe sur toute la surface du fil dans le cas d'un champ incident (réception) ou d'une manière localisée dans le cas d'un générateur (émission).

La conductivité du fil est supposée infinie, par conséquent la composante tangentielle du champ électrique sur la surface du conducteur doit s'annuler. On peut alors écrire :

$$E_x^i(a, x) + E_x^s(a, x) = 0 \quad (11)$$

En combinant les relations (4) à (13), on obtient :

$$E_z^i(a, z) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{eff}} \int \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] \times \left[g_0(z, z') - g_i(z, z') + k_2^2 V_{11} \right] I(z') dz' \quad (12)$$

La distribution du courant le long de l'électrode verticale est obtenue par la résolution de l'équation intégrale.

IV. APPROCHE DES COEFFICIENTS DE REFLEXION

La présence de l'interface sol-air fait apparaître dans l'expression de la fonction de Green un second terme de green image et une intégrale infinie dite intégrale de sommerfeld. L'évaluation de cette intégrale à plusieurs fréquences, est assez difficile et prend du temps de calcul [4,7-2]. Par conséquent, en comparaison avec l'approche intégrale de Sommerfeld, la méthode des coefficients de réflexion

(RC) est plus simple de formulation et beaucoup moins coûteuse en temps de calcul.

Pour plus de commodité, l'équation intégral-différentielle (13) peut s'écrire sous la forme:

$$\bar{E}_z^i(z) = \frac{-1}{j4\pi\omega\epsilon_{eff}} \int_{-d-L}^{-d} G(z, z') I(z, z') dz' \quad (13)$$

où $G(z, z')$ est la fonction totale de green donné par:

$$G(z, z') = \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] \left[g_0(z, z') - g_i(z, z') + k_2^2 V_{11} \right] \quad (14)$$

Selon cette méthode [7], la fonction de Green rigoureuse se simplifie en:

$$G(z, z') = \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] \left[g_0(z, z') - \Gamma g_i(z, z') \right] \quad (15)$$

où Γ est le terme des coefficients de réflexion correspondant pour la Polarisation TM [6]:

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{n} - \sqrt{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n} + \sqrt{\frac{1}{n}}} \quad (16)$$

et n est donné par:

$$n = \frac{\epsilon_{eff}}{\epsilon_0} \quad (17)$$

L'équation intégral-différentielle de Pocklington pour un fil rectiligne vertical enterré dans un demi-espace avec perte prend la forme définitive:

$$E_z^i(a, z) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{eff}} \int_{-d-L}^{-d} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] \left[g_0(z, z') - \Gamma g_i(z, z') \right] I(z') dz' \quad (18)$$

V. LE LOGICIEL NEC-4

NEC-4 [10] (Numerical Electromagnetic Code), est un code développé sous sa première version NEC-1, pour le traitement du rayonnement et du couplage électromagnétique. Sa première version, limitée pour cause de l'insuffisance des calculateurs de l'époque (début des années 80), a évolué par la suite progressivement pour aboutir à celle actuellement commercialisée sous l'appellation NEC-4. Cette version en régime harmonique permet une modélisation dans les milieux continus tout en tenant en compte très particulièrement des interfaces air-sol ainsi que de la conductivité finie de ce dernier.

Son fondement théorique est celui des antennes qui consistent à résoudre, par la méthode numérique dite des moments, dans les milieux continus une équation intégrale en champ électrique (EFIE), déduite à partir des équations de Maxwell, ou en champ magnétique (MFI).

La simulation numérique utilise le code NEC-4 est réalisable uniquement en fréquentielle. L'analyse en

régime temporel exige l'utilisation du passage fréquence-temps.

VI. APPLICATION

Dans ce paragraphe, nous proposons de traiter deux applications différentes par la théorie des antennes associée à la méthode des moments.

Nous consacrons la première application à la modélisation d'une électrode verticale excitée par une onde de foudre.

Pour la deuxième application nous traitons le cas de deux électrodes verticales excitée par une onde de foudre.

$$I(t) = I_m (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad ; \quad I_m = 52,2689 \text{ KA};$$

$$\alpha = 0,00184 \mu s^{-1}; \quad \beta = 2,46650 \mu s^{-1} \quad (19)$$

Pour cet ensemble d'applications nous confrontons les résultats que nous obtenons et réalisés avec nos propres développements (résolution d'une équation intégrale en champ électrique par la méthode des moments) sous MATLAB à ceux que nous simulons avec le code NEC-4.

VII. ELECTRODE ENTERREE VERTICALEMENT PRISE EN COMPTE DE L'INTERFACE SOL-AIR

Il s'agit d'une électrode rectiligne de rayon ' $a=0,007m$ ' et de longueur ' $l=6m$ ' (Fig. 1), enterrée à une profondeur d dans un sol de résistivité $\rho=100\Omega m$, linéaire, homogène et isotrope, et alimentée par une source de courant bi-exponentielle à l'une de ses extrémités.

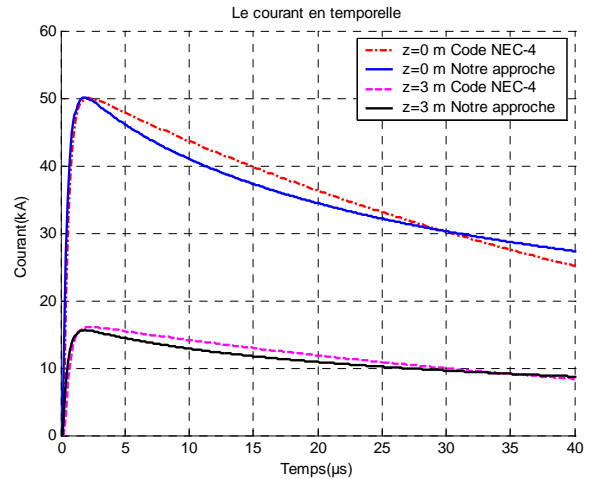


Fig. 2 Variation du courant temporel en différents points de l'électrode.

VIII. DEUX ELECTRODES ENTERREE FERTICALEMENT PRISE EN COMPTE DE L'INTERFACE SOL-AIR

Il s'agit de deux électrodes rectiligne de rayon ' $a=0,007m$ ' et de longueur ' $l=6m$ ' séparées par une distance $D=2m$ (Fig. 3), Uniquement l'électrode 1 est alimentée à l'une de ses extrémités par l'onde de foudre (19), ce qui va nous permettre d'analyser l'interaction entre les deux électrodes.

Pour valider les résultats en courant, nous utilisons le logiciel NEC-4. Le fichier des données que nous utilisons sur NEC-4 pour traiter cette application est le tableau suivant :

CE									
GW	1	41	0	0	-0.5	0	0	-6.5	0.007
GW	1	41	0	0	-0.5	0	0	-6.5	0.007
GE	-1								
GN	2	0	0	0	1e+1	1e-2			
FR	0	1024	0	0	0.0048828125	0.0048828125			
EX	4	1	10	0	0.	0.	-90.	0.	0.0176678445
xQ									
EN									

Tableau 1. Données du fichier d'entrée du code NEC4.

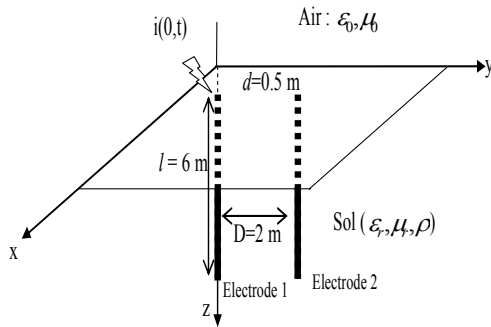


Fig. 3. Deux électrodes enterrées verticalement.

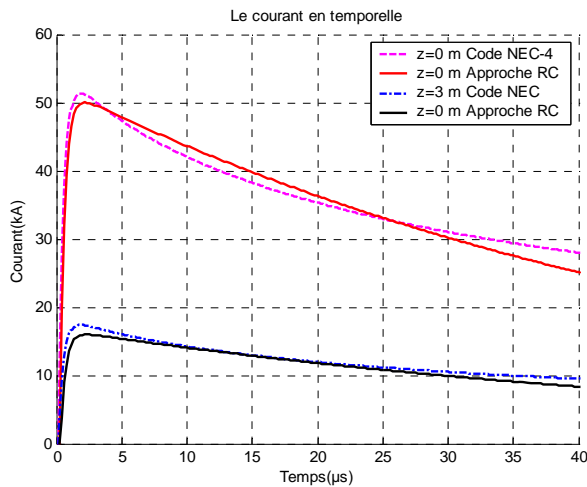


Fig. 4. Variation du courant temporelle en différents points de l'électrode.

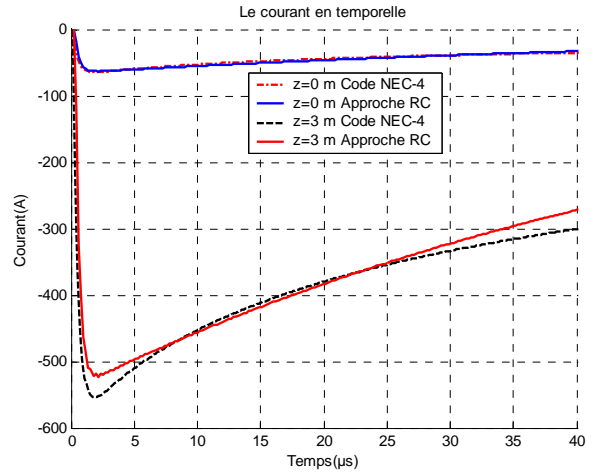


Fig. 5. Variation du courant induit temporelle en différents points de l'électrode N°02.

Ces résultats donnent la variation du courant en différents points des électrodes que nous obtenons par notre modèle (résolution de l'équation intégral-différentiel de pocklington par la méthode des moments) et par logiciel NEC-4. Nous constatons une légère différence entre les deux résultats, car notre formalisme utilise comme fonction de test et de base des fonctions impulsion (méthode de point-matching) par contre logiciel NEC-4 utilise des fonctions de test et de base des fonctions sinusoïdales.

a- Influence de la distance de séparation D

Nous proposons dans cette application de faire varier la distance de séparation et nous traçons la variation du courant en différents points des électrodes.

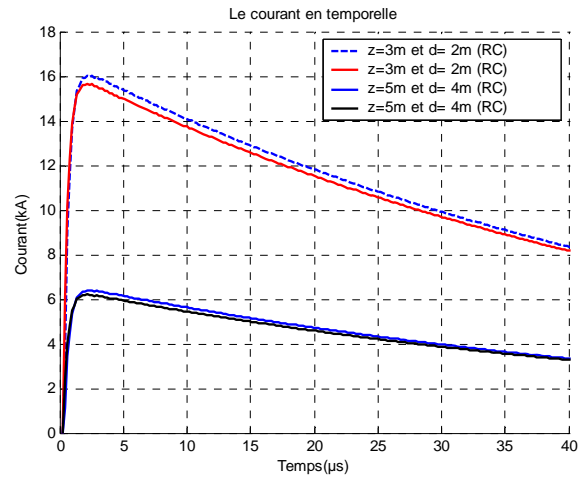


Fig. 6. Variation du courant induit en différents points de l'électrode N°1 pour différents distances D.

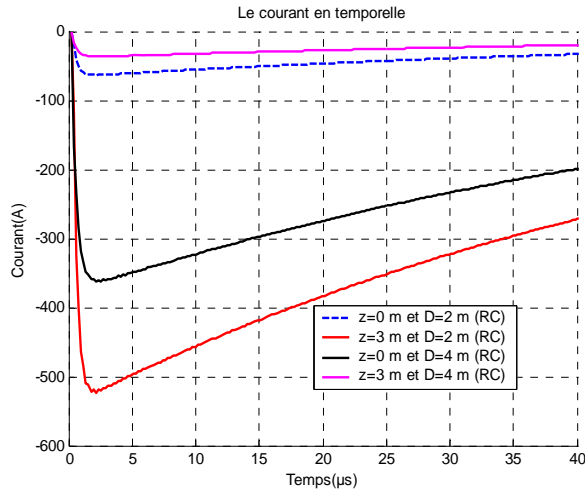


Fig. 7. Variation du courant induit en différents points de l'électrode N°2 pour différentes distances D .

Des résultats que nous obtenons en figure 6 et 7, nous remarquons que l'interaction diminue lorsque la distance entre électrodes augmente.

b- Influence de la résistivité du sol

Nous proposons dans cette application de faire varier la résistivité du sol et nous traçons la variation du courant au milieu de l'électrode.

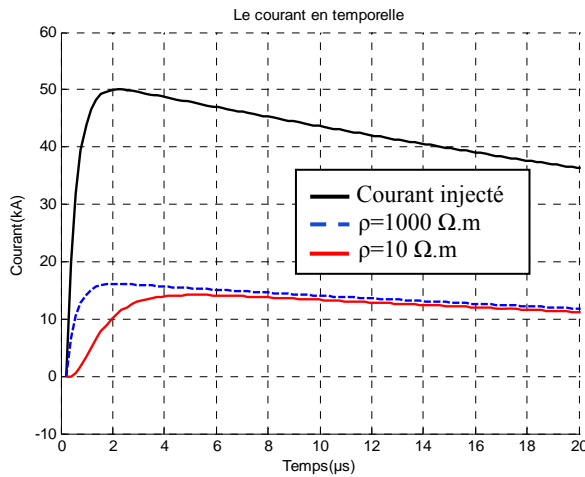


Fig. 8. Variation du courant induit pour $z=3m$ de l'électrode pour différentes résistivités.

c- influence de la profondeur.

Nous proposons dans cette application de faire varier la profondeur d'enfouissement dans le sol et nous traçons la variation du courant en différents points des électrodes.

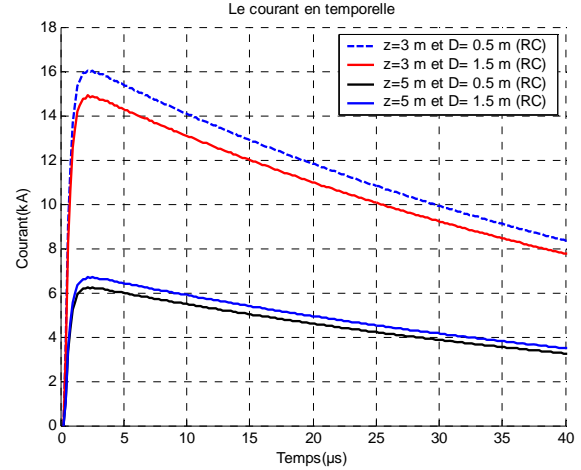


Fig. 9. Variation du courant en différents points de l'électrode N°1 pour différentes profondeurs D .

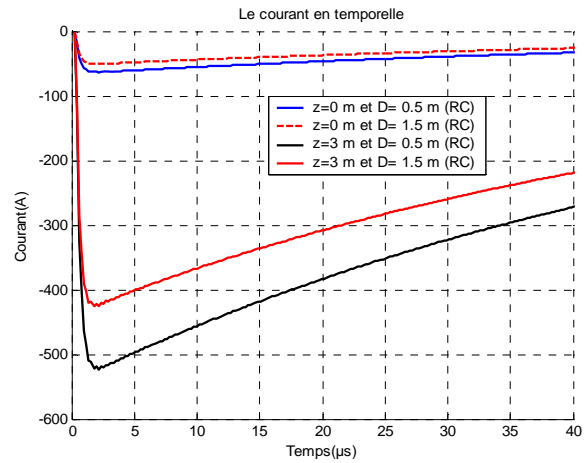


Fig. 10. Variation du courant induit en différents points de l'électrode N°2 pour différentes profondeurs D .

Des résultats que nous obtenons en figure 9 et 10, nous remarquons que l'amplitude du courant diminue lorsque la profondeur d'enfouissement des électrodes augmente.

IX. CONCLUSION

D'un point de vue théorique, la mise à la terre est considérée comme un problème de diffraction électromagnétique. La théorie des antennes constitue le formalisme le plus rigoureux. Ce formalisme consiste en la résolution d'une équation intégral-différentielle dans le domaine fréquentiel, par la méthode des moments, conduit à un système matriciel plein qui prend en compte l'interaction entre l'ensemble des éléments après discrétisation spatiale. La présence de l'interface sol-air fait apparaître dans l'expression de la fonction de Green un second terme de green image et une intégrale infinie dite intégrale de sommerfeld. La méthode des coefficients de réflexion (RC) est plus simple de formulation et beaucoup moins coûteuse en temps de calcul. Un

programme informatique sous environnement MATLAB a été développé pour la détermination des courants induits. Ses résultats sont comparables à ceux obtenus par le logiciel commercial NEC-4.

X. RÉFÉRENCES

- [1] Velazquez, R. et D. Muhkedo, "Analytical modeling of grounding electrodes transient behaviour," IEEE Trans. Power Appar. Systems, Vol. PAS-103, 1314–1322, June 1984.
- [2] Liu, Y., M. Zitnik, et R. Thottappillil, "An improved transmission line model of grounding system," IEEE Trans. EMC, Vol. 43, No. 3, 348–355, 2001.
- [3] Ala, G. et M. L. Di Silvestre, "A simulation model for electromagnetic transients in lightning protection systems," IEEE Trans. EMC, Vol. 44, No. 4, 539–534, 2003.
- [4] Grcev, L. et F. Dawalibi, "An electromagnetic model for transients in grounding systems," IEEE Trans. Power Delivery, No. 4, 1773–1781, Oct. 1990.
- [5] J. Zou, B. Zhang, J. Guo et J. Lee, "Efficient in evaluation of the $[Z]$ matrix with method of moment in grounding analysis by using adaptive spatial sampling approach," IEEE Trans. Electromagnetic compatibility, Vol. 48, NO 1, February 2006.
- [6] Bridges, G. E., "Transient plane wave coupling to bare and insulated cables buried in a lossy half-space," IEEE Trans. EMC, Vol. 37, No. 1, 62–70, Feb. 1995.
- [7] Poljak, D. et V. Doric, "Wire antenna model for transient analysis of simple grounding systems, Part II the horizontal grounding electrode," Progress In Electromagnetic Research, PIEP 64, 149-166, 2006.
- [8] Olsen, R. G. et M.C. Willis, "A comparison of exact and quasi-static methods for evaluating grounding systems at high frequencies," IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 11, No. 2, 1071–1081, April 1996.
- [9] Poljak, D., Electromagnetic Modelling of Wire Antenna Structures, WIT Press, Southampton, Boston, 2002.
- [10] NEC. Numerical Electromagnetic Code, Feb, 1992.