

PROBABILITES

Notions de probabilités

Faculté de Médecine, UDL
1^{ère} année CD

28 Septembre 2016



Plan de cours

- 1 Règles de calcul de probabilités
 - Règle des probabilités complémentaires
 - Système complet d'événements
 - Probabilités conditionnelles
 - Probabilités totales
 - Formule de Bayes
 - Événements indépendants

- 2 Exercices

- La probabilité d'un événement E et celle de son contraire \overline{E} ont pour somme 1:

$$E \cup \overline{E} = \Omega$$

D'où

$$\begin{aligned}\Pr(\Omega) = 1 &= \Pr(E \cup \overline{E}) \\ 1 &= \Pr(E) + \Pr(\overline{E}).\end{aligned}$$

- Jeter un dés. Quelle est la probabilité d'obtenir moins de 6.
 - ◇ E : "obtenir moins de 6" $\Rightarrow \bar{E}$: "obtenir 6"

$$\Pr(\bar{E}) = q = \frac{1}{6} \implies \Pr(E) = p = 1 - \Pr(\bar{E}) = \frac{5}{6}.$$

Système complet d'événements

- Soit E un événement qui peut se réaliser selon diverses modalités s'excluant l'une l'autre, c'est-à-dire:

$$E = \bigcup_{i=1}^n E_i \text{ et } E_i \cap E_j = \emptyset, \text{ pour } i \neq j$$

(On dit qu'on a un **système complet d'événements**)

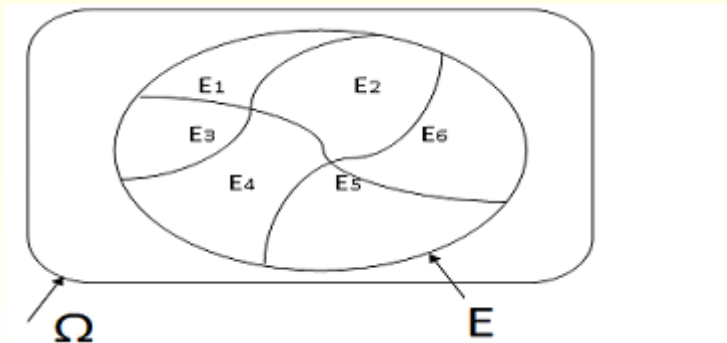


Figure: Système complet

- Alors, la probabilité totale de E est la somme des probabilités des événements consistant en ces diverses modalités:

$$\begin{aligned}\mathbf{Pr}(E) &= \mathbf{Pr}(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n) \\ &= \mathbf{Pr}(E_1) + \mathbf{Pr}(E_2) + \dots + \mathbf{Pr}(E_n)\end{aligned}$$

- On lance deux dés; Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 10 ?
 - ◇ L'événement E : "obtenir au moins 10" $\Leftrightarrow E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$ avec:
 - ◇ E_1 : "obtenir 10" $= \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\} \Rightarrow$ le nombre de cas favorables au $E_1 = |E_1| = 3$.
 - ◇ E_2 : "obtenir 11", $= \{(5, 6), (6, 5)\} \Rightarrow$ nombre de cas favorables au $E_2 = |E_2| = 2$.
 - ◇ E_3 : "obtenir 12" $= \{(6, 6)\} \Rightarrow |E_3| = 1$ (un cas favorables).
 - ◇ $E_1 \cap E_2 = \emptyset, E_1 \cap E_3 = \emptyset, E_2 \cap E_3 = \emptyset$.

Système complet d'événements: Exemple

- ◇ L'ensemble fondamentale est:

$$\begin{aligned}\Omega &= \{(i,j)/1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6\} \\ &= \{(1,1), (1,2), \dots, (1,6), (2,1), \dots, (6,1), \dots, (6,6)\}\end{aligned}$$

et le nombre des cas possibles = $|\Omega| = 36$.

- Rappel: $\Pr(A) = \frac{\text{nbre de cas favorable}}{\text{nbres de cas possible}}$

- ◇ Donc

$$\begin{aligned}\Pr(E) &= \Pr(E_1 \cup E_2 \cup E_3) \\ &= \Pr(E_1) + \Pr(E_2) + \Pr(E_3) = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} . \\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

Probabilités conditionnelles : introduction

- Soit deux événements non exclusifs A et B ($A \cap B \neq \emptyset$)
 - ◇ Exemple: avoir un signe clinique (douleur de la fosse iliaque droite) et avoir une maladie (avoir une appendicite)
- La probabilité de A sachant que B est réalisé.
 - ◇ Exemple: la probabilité d'avoir l'appendicite sachant que patient souffre de douleur de la fosse iliaque droite.
 - ◇ En générale: lors de l'établissement d'un diagnostic, la probabilité pour que le patient soit atteint d'une maladie donnée se modifie au fur et à mesure que les symptômes et les résultats des examens successifs sont connus.

Probabilités conditionnelles : introduction

- Expérience considérée sur une population P
- Événement A de probabilité $\Pr(A) > 0$
- Que devient $\Pr(A)$ si on se restreint à une sous-population de P
 - $A = \text{"taille} \in [170; 175]";$ Sous-population = les hommes
 - $A = \text{présence d'une maladie } M;$ Sous-population = les individus présentant un signe S
- B = événement conditionnant, qui définit la sous-population
 - $B = \text{être un homme} ; B = \text{présenter le signe } S$
- L'ensemble fondamental doit parler de B
 - Ensemble produit
 - Exemple : $\{(M, S), (M, \bar{S}), (\bar{M}, S), (\bar{M}, \bar{S})\}$

- $\Pr(A/B)$ = Prob de A pour les individus présentant B
= Probabilité de A sachant que B (s'est produit)
= Probabilité de A parmi les B
= Probabilité de A si B
- Confusion fréquente entre $\Pr(A/B)$ et $\Pr(A \cap B)$

Probabilités conditionnelles : formule de calcul

- La probabilité conditionnelle est donnée la formule suivante :

$$\begin{aligned}\Pr(A/B) &= \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)} \\ &= \frac{\text{Nombre de réalisation possible de } A \text{ et } B}{\text{nombre de réalisation de } B}\end{aligned}$$

- $\Pr(B)$ ne doit pas être nul
- $\Pr(B/A)$ est une véritable probabilité
 - $A \cap B \subset B \Rightarrow \Pr(A \cap B) \leq \Pr(B) \Rightarrow \Pr(A/B) \leq 1$
 - Si $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ (au moins chez les B) \Rightarrow
 $\Pr((A_1 \cup A_2)/B) = \Pr(A_1/B) + \Pr(A_2/B)$

- On lance deux dés (équilibrés). La somme est 6. Quelle est la probabilité qu'un des résultats soit 2?
 - ◇ On a 36 résultats possibles, équiprobable.
 - ◇ B : "somme des deux dés = 6" = $\{(2, 4), (4, 2), (1, 5), (5, 1), (3, 3)\}$
 - ◇ A : "au moins un des deux dés donne 2" = $\{(2, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 5), (5, 2), (2, 6), (6, 2)\}$
 - ◇ Le nombre de réalisation de $A \cap B = \{(2, 4), (4, 2)\} = 2$.
 - ◇ $\Pr(A \cap B) = \frac{2}{36} = 0.056$, $\Pr(B) = \frac{5}{36}$ et $\Pr(A) = 11/36$.
 - ◇ D'où $\Pr(A/B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)} = 2/5$.

Exemple: Diagnostic

Parmi les patients qui consultent un médecin , la probabilité d'avoir la maladie M est $\Pr(M) = 0.2$. Un symptôme S permet de détecter à **coup sûr** la présence de la maladie M , mais il n'apparaît pas chez tous ceux qui sont atteints de M . On sait que **10%** des patients qui se présentent à la consultation chez ce médecin ont à la fois **la maladie et le symptôme**. Quelle est la probabilité pour un patient atteint de M de présenter le symptôme S , lorsqu'il se présente à la consultation chez ce médecin?

- Soit M : "avoir la maladie M ", S : "avoir le symptôme S "
- L'énoncé implique que:
 - ◇ $P(M) = 0.2$,
 - ◇ $\Pr(M/S) = 1$ (le symptôme permet de détecter à coup sûr M)
 - ◇ $P(M \cap S) = 0.1$.
- Par définition de probabilité conditionnelle:

$$\Pr(S/M) = \frac{\Pr(M \cap S)}{\Pr(M)} = \frac{0.1}{0.2} = 0.5.$$

Probabilités conditionnelles: Théorème de la multiplication

- $\Pr(B/A) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(A)} \Rightarrow \Pr(A \cap B) = \Pr(B/A) \times \Pr(A).$
- $\Pr(A/B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)} \Rightarrow \Pr(A \cap B) = \Pr(A/B) \times \Pr(B)$
- Donc La probabilité pour que deux événements A et B se produisent simultanément, soit $\Pr(A \cap B)$, est

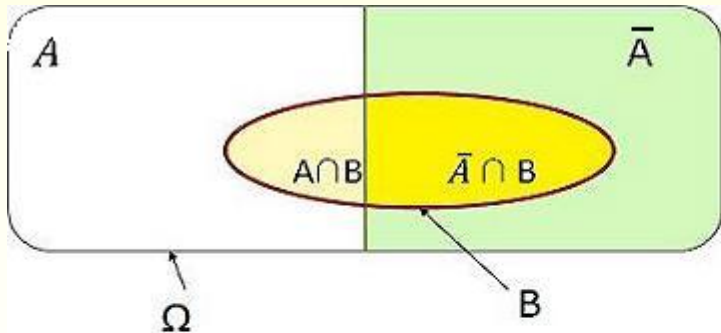
$$\Pr(A \cap B) = \Pr(B/A) \times \Pr(A) = \Pr(A/B) \times \Pr(B)$$

- En général, si A , B et C sont des événement non exclusifs, alors :

$$\Pr(A \cap B \cap C) = \Pr(A) \times \Pr(B/A) \times \Pr(C/(A \cap B))$$

Théorème de la probabilité totale: cas particulier

- Soit $B \subset \Omega$. Dans le cas où $\Omega = A \cup \bar{A}$, alors:
 - ◊ $B = B \cap \Omega = B \cap (A \cup \bar{A}) = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$
 - ◊ $(B \cap A) \cap (B \cap \bar{A}) = \emptyset$ (sont exclusifs) car $A \cap \bar{A} = \emptyset$.
- $\Pr(B) = \Pr(A \cap B) + \Pr(\bar{A} \cap B)$
 $= \Pr(B/A) \times \Pr(A) + \Pr(B/\bar{A}) \times \Pr(\bar{A})$

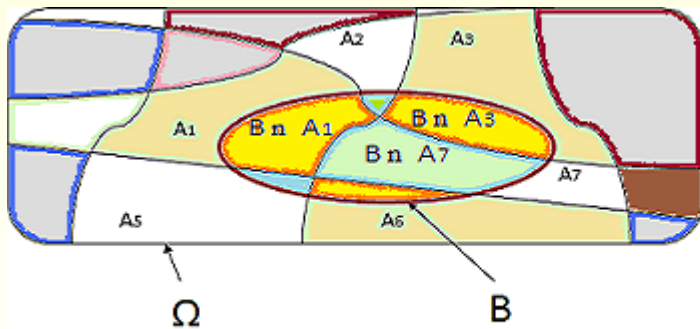


Théorème de la probabilité totale: Exemple 1

- Une population est composée de 40% d'homme et de 60% de femme; 50% des hommes et 30% des femmes fument. Quelle est la probabilité pour une personne choisi au hasard soit fumeur ?
 - ◇ *Fum*: "la personne est fumeur",
 - ◇ *H*: "la personne est un homme"
 - ◇ *F*: "la personne est une femme".
 - ◇ $\Pr(H) = 0.4$, $\Pr(F) = 0.6$; $\Pr(Fum/H) = 0.5$ et $\Pr(Fum/F) = 0.3$
- Comme $\Omega = H \cup F = H \cup \bar{H}$, avec $F = \bar{H}$, donc on a:
$$\begin{aligned}\Pr(Fum) &= \Pr(Fum \cap H) + \Pr(Fum \cap F) \\ &= \Pr(Fum/H) \times \Pr(H) + \Pr(Fum/F) \times \Pr(F) \\ &= 0.5 * 0.4 + 0.3 * 0.6 = 0.38.\end{aligned}$$

Théorème de la probabilité totale: cas général

- Soit $\{A_i\}_{i=1,\dots,n}$ une partition de Ω (système complet):
 $\Omega = \bigcup_i A_i$ avec $A_i \cap A_j = \emptyset$, pour $i \neq j$ (les A_i sont exclusifs)



Théorème de la probabilité totale: cas général

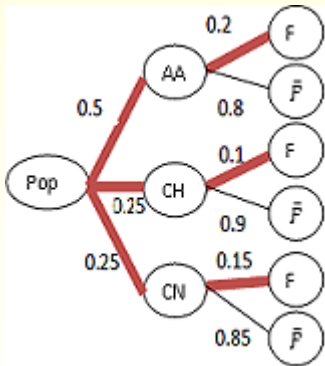
- $B = B \cap \Omega = B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$
 $= (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup \dots \cup (B \cap A_n)$
- Les $(B \cap A_i)$ sont exclusifs car les A_i le sont. D'où:
- $\Pr(B) = \Pr(B \cap A_1) + \Pr(B \cap A_2) + \dots + \Pr(B \cap A_n)$
- Théorème de la multiplication:

$$\Pr(B \cap A_i) = \Pr(B/A_i) \times \Pr(A_i)$$

- D'où le théorème de la probabilité totale:

$$\Pr(B) = \sum_{i=1}^n \Pr(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^n \Pr(B/A_i) \times \Pr(A_i) .$$

Probabilités totales : exemple 3 avec Diagramme en arbre



- Douleur aiguë de l'abdomen
- 3 pathologie:
 - AA (50% des cas) $\Rightarrow \Pr(AA) = 0.5$
 - CH (25% des cas) $\Rightarrow \Pr(CH) = 0.25$
 - CN (25% des cas) $\Rightarrow \Pr(CN) = 0.25$
- 20% des AA ont la fièvre
 $\Rightarrow \Pr(F/AA) = 0.2$
- 10% des CH et 15% des CN
 $\Rightarrow \Pr(F/CH) = 0.1, \Pr(F/CN) = 0.15$

Probabilités totales : exemple 3 avec Diagramme en arbre

- Probabilité de fièvre en cas de douleur aiguë de l'abdomen ?
- $\Pr(F) = \Pr(F/AA) \times \Pr(AA) + \Pr(F/CH) \times \Pr(CH) + \Pr(F/CN) \times \Pr(CN) = 0.162$

Règle:

- La probabilité qu'un chemin particulier de l'arbre se réalise, est, d'après le théorème de la multiplication, le produit des probabilités de chaque branche du chemin.
- Les chemins s'excluent mutuellement, la probabilité d'être reçu est égale à la somme des probabilités d'être reçu pour tout chemin aboutissant à un état *F* (reçu).

Probabilités totales : exemple 4 avec Diagramme en arbre

- On sait que le taux de réussite au concours dans les trois CHU SBA, Oran et Telemcen sont respectivement (données arbitraires) de 0.2; 0.15 et 0.1 ($\Pr(\text{"réussite"} / \text{"SBA"}) = 0.2$); on sait que 1/4 des étudiants de l'ouest sont à SBA, 1/4 à Oran et 1/2 à Telemcen. Quelle est la probabilité qu'un étudiant de l'ouest soit reçu au concours?

Probabilités totales : exemple 4 avec Diagramme en arbre

- Soient les événements R :"réussite" et E :"Échec". Donc on a:

$$\begin{aligned}\Pr(R) &= \Pr(R \cap SBA) + \Pr(R \cap Telemcen) + \Pr(R \cap Oran) \\ &= 0.15 * 1/4 + 0.2 * 1/2 + 0.1 * 1/4.\end{aligned}$$

Formule de Bayes

- Théorème de la multiplication:
 $\Pr(A \cap B) = \Pr(A/B) \times \Pr(B) = \Pr(B/A) \times \Pr(A).$
- Utilisons le théorème des probabilités totales, on a:
$$\begin{aligned}\Pr(A) &= \Pr(A \cap B) + \Pr(A \cap \bar{B}) \\ &= \Pr(A/B) \times \Pr(B) + \Pr(A/\bar{B}) \times \Pr(\bar{B})\end{aligned}$$
- On obtient la formule de Bayes:

$$\Pr(B/A) = \frac{\Pr(A/B) \times \Pr(B)}{\Pr(A)} = \frac{\Pr(A/B) \times \Pr(B)}{\Pr(A/B) \times \Pr(B) + \Pr(A/\bar{B}) \times \Pr(\bar{B})}$$

valable dès que $\Pr(A) \neq 0$.

- Cette formule est aussi appelée "théorème de la probabilité des causes", car elle permet de renverser un conditionnement.
- Interprétation :
 - ◇ A est une conséquence, B une cause
 - ◇ La formule permet de remonter aux causes
- Pour calculer une probabilité conditionnelle, utiliser :
 - ◇ La définition
 - ◇ Ou formule ou théorème de Bayes

Exercice

Une maladie M se présente sous deux formes M_1 et M_2 avec les probabilités respectives $\Pr(M_1) = 0.2$ et $\Pr(M_2) = 0.8$, et le symptôme S apparaît dans 80% des cas de M_1 et dans 10% des cas de M_2 . Quelle est la probabilité, pour un patient atteint de M qui présente le symptôme S , d'être atteint de M_1 ?

Formule de Bayes: solution d'exercice

- M_1 : "patient atteint de la maladie de type M_1 "
- M_2 : "patient atteint de la maladie de type M_2 "
- S : "patient présente le symptôme S"
- $\Pr(S/M_1) = 0.8$ et $\Pr(S/M_2) = 0.1$
- $\overline{M_1} = M_2$
- D'où:

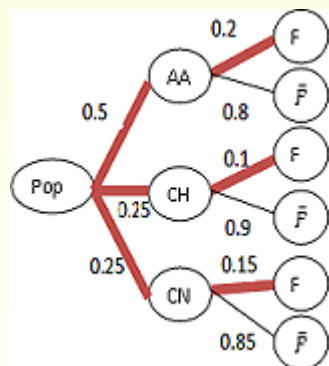
$$\begin{aligned}\Pr(M_1/S) &= \frac{\Pr(S/M_1) \times \Pr(M_1)}{\Pr(S/M_1) \times \Pr(M_1) + \Pr(S/\overline{M_1}) \times \Pr(\overline{M_1})} \\ &= \frac{0.8 \times 0.2}{0.8 \times 0.2 + 0.1 \times 0.8} = 2/3.\end{aligned}$$

Formule de Bayes: cas général

- Soit $(A_i)_{i=1,\dots,n}$ un système complet d'événements pour l'ensemble E (partition de E), et B un autre événement.
- Pour chaque A_i , $\Pr(A_i/B) = \frac{\Pr(B \cap A_i)}{\Pr(B)}$
- Utilisons le théorème des probabilités totales: on obtient la formule de Bayes générale:

$$\Pr(A_i/B) = \frac{\Pr(A_i) \times \Pr(B/A_i)}{\Pr(A_1) \times \Pr(B/A_1) + \Pr(A_2) \times \Pr(B/A_2) + \dots + \Pr(A_n) \times \Pr(B/A_n)}$$

Formule de Bayes générale: Exemple



- Douleur aiguë de l'abdomen
- Un patient présente de la fièvre. Probabilité de chacune des causes
- Quel est le diagnostic le plus probable ?
- Rappel : $\Pr(F) = 0.162$

Formule de Bayes: Exemple

- La probabilité de pathologie AA chez un patient présente la fièvre est:

$$\begin{aligned}\Pr(AA/F) &= \frac{\Pr(F/AA)}{\Pr(F)} \\&= \frac{\Pr(F/AA)}{\Pr(F/AA) \times \Pr(AA) + \Pr(F/CH) \times \Pr(CH) + \Pr(F/CN) \times \Pr(CN)} \\&= \frac{0.2 \times 0.5}{0.162} = 0.62\end{aligned}$$

- $\Pr(CH/F) = 0.15$, $\Pr(CN/F) = 0.23$

Événement indépendants: Introduction

- Soient A et B deux événements de probabilité connus: $\Pr(A) > 0$ et $\Pr(B) > 0$.
- Quelle est la probabilité pour que A et B se réalisent simultanément: $\Pr(A \cap B) = ?$
- On peut estimer cette probabilité par l'expérience en utilisant sa fréquence stabilité, mais c'est long et coûteux.
- Il y a des cas où, par chance, cette probabilité se déduit immédiatement de celles de A et de B .

Événement indépendants: Définition 1

- A est **indépendant** de B si la réalisation ou non de B **n'influe pas sur** celle de A (le fait que l'un des deux événement soit réaliser ne modifie pas la probabilité de l'autre). D'où la définition suivante:

Définition

- A et B sont indépendant si $\Pr(A/B) = \Pr(A)$.
- Si A et B **ne sont pas indépendant**, on dit qu'ils sont **liés**.

Événement indépendants: Définition 2

- D'après la probabilité conditionnelle: $\Pr(A/B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)}$, elle entraîne que:

A et B sont indépendants ssi $\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \times \Pr(B)$

- Autres formes: $\Pr(A/\overline{B}) = \Pr(A)$, $\Pr(B/A) = \Pr(B)$

- Ne pas confondre événements indépendants et événements exclusifs (incompatibles):
 - ◇ Si $A \cap B = \emptyset$ (sont exclusifs)
 - si B est réalisé, A ne peut pas l'être et réciproquement (la réalisation de B influe sur celle de A : elle l'empêche). En effet:
 $\Pr(A \cap B) = 0 \Rightarrow \Pr(A/B) = 0 = \Pr(B/A)$
 - D'autre part $\Pr(A \cap B) = 0 \neq \Pr(A) \times \Pr(B) \Leftrightarrow A$ et B ne sont pas indépendants.
 - ◇ Si A et B sont indépendants
 - La réalisation de B n'influe pas sur celle de A et réciproquement
 - $\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \times \Pr(B) \neq 0 \Rightarrow (A \cap B) \neq \emptyset \Rightarrow A$ et B sont compatible.

Indépendance entre deux événements : exemple 1

- Au cours de l'épreuve de dé à 6 faces, non truquée, on considère les trois événements:
 - A : "le numéro sorti est strictement plus grand que 4";
 - B : "le numéro sorti est impair";
 - C : "le numéro sorti est strictement supérieur à 3".
- ★ Montrer que A et B sont indépendants et que \overline{B} et C sont liés.

Indépendance entre deux événements : Exercice

Exercice

Dans une population donnée, un individu peut être atteint d'une affection A avec probabilité $1/100$ et d'une affection B , indépendante de A , avec une probabilité $1/20$. Quelle est la probabilité pour qu'un individu choisi au hasard soit atteint des deux maladies?

Indépendance entre deux événements : Notes

- si $B \subset A$, alors $\Pr(A \cap B) = \Pr(B)$. D'où $\Pr(A/B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)} = 1$ et $\Pr(B/A) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(A)} = \frac{\Pr(B)}{\Pr(A)}$. Donc A et B ne sont pas indépendants.
- Si on considère 3 événements A, B, C , on dira que ces 3 événements sont indépendants si:
 - 1 sont indépendant 2 à 2: $\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \times \Pr(B)$,
 $\Pr(A \cap C) = \Pr(A) \times \Pr(C)$ et $\Pr(B \cap C) = \Pr(B) \times \Pr(C)$,
 - 2 si $\Pr(A \cap B \cap C) = \Pr(A) \times \Pr(B) \times \Pr(C)$.

EXercices

Exercice 1

La population d'une ville compte 48% d'hommes et 52% de femmes. Le premier janvier 2009, 5% des hommes et 1% des femmes avaient la grippe. Notons par H : "hommes", F : "femme" et G : "Grippe".

- 1 Quelle est la probabilité pour qu'une personne choisie au hasard, soit atteint de la grippe ?
- 2 On choisit une personne au hasard, elle est grippée. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

Exercice 2

Dans une entreprise pharmaceutique, un comprimé est parfait si sa masse en gr est dans $[1.2 - 1.3]$. La probabilité qu'un comprimé soit conforme est 0.98. On tire au hasard un comprimé. Soit A : "le comprimé est conforme", B : "le comprimé est refusé ". On contrôle tous les comprimés. Le mécanisme de contrôle est tel que :

- un comprimé conforme est accepté avec une probabilité de 0.98.
- un comprimé non conforme est refusé avec une probabilité de 0.99.

- 1 Calculer la probabilité $\Pr(B/A)$, puis $\Pr(A \cap B)$.
- 2 Calculer la probabilité qu'un comprimé soit refusé.
- 3 La probabilité qu'un comprimé soit conforme sachant qu'il est refusé.

Soit :

- A : "le comprimé est conforme"
- B : "le comprimé est refusé"
- $\Pr(\overline{B}/A) = 0.98$, $\Pr(B/\overline{A}) = 0.99$, $\Pr(A) = 0.98$,
 $\Pr(\overline{A}) = 0.02$.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \Pr(B/A) + \Pr(\bar{B}/A) = 1, \Rightarrow \\ & \Pr(B/A) = 1 - \Pr(\bar{B}/A) = 1 - 0.98 = 0.02. \\ & \Pr(A \cap B) = \Pr(B/A) \times \Pr(A) = 0.02 \times 0.98 = 0.0196. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \Pr(\text{"comprimé soit refusé"}) = \Pr(B) = ? \\ & \Pr(B) = \Pr(B \cap A) + \Pr(B \cap \bar{A}) \\ & = \Pr(B/A) \times \Pr(A) + \Pr(B/\bar{A}) \times \Pr(\bar{A}) \\ & = 0.0196 + 0.99 \times 0.02 \\ & = 0.0394 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \Pr(\text{"comprimé est conforme / sachant qu'il est refusé"}) \\ & = \Pr(A/B) \\ & \Pr(A/B) = \frac{\Pr(B/A) \times \Pr(A)}{\Pr(B)} = \frac{0.0196}{0.0394} = 0.497. \end{aligned}$$

Exercice 3

Un patient a reçu une greffe en 2003 dans un hôpital où certain traitement T , dont on a vu plus tard qu'il améliorerait la survie du greffon, n'était appliqué qu'à 30 % des patients. A l'heure actuelle, au début de 2012, le greffon est encore en bon état. Sachant que la probabilité de survie du greffon à 9 ans est 0,35 sans T et de 0,45 avec T , quelle est la probabilité pour que ce patient ait reçu le traitement T ?

Exercice 4

Dans une population on sait que la probabilité de naissance d'un garçon est de 0,52 et par ailleurs que 2% des filles et 1% des garçons présentent une luxation congénitale de la hanche. On note F l'évènement "naissance d'une fille" et L l'évènement "avoir une luxation de la hanche".

- 1 Calculer les probabilités des événements : "F et L" ; " et L", " F et ". Les événements F et L sont-ils indépendants?
- 2 Calculer la probabilité qu'un nouveau-né présentant une luxation soit une fille.

Exercice 5

Une population est composée de 40 % d'hommes et de 60% de femmes; 50% des hommes et 30% des femmes fument. Quelle est la probabilité pour qu'un fumeur choisi au hasard soit une femme.

Exercice 6

Une boîte contient 10 articles dont 4 sont défectueux. On tire 3 objets de cette boîte. Calculer la probabilité pour que ces 3 objets soit défectueux.

Exercice 7

Un quart de la population a été vacciné contre une épidémie. On a trouvé que un malade sur cinq avait été vacciné et que parmi les personnes vaccinées, un sur douze a contracté la maladie. On choisit au hasard une personne dans la population.

- 1 Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ?
- 2 Sachant que la personne n'a pas été vacciné, quelle est la probabilité qu'elle soit malade.

Exercice 8

On estime qu'une personne a 6 chances sur 10 d'être atteinte d'une certaine maladie. On effectue deux tests de dépistage. Le premier test est positif à 70% sur les malades et à 20% sur les individus sains. Le second test est positif à 90% sur les malades et 30% sur les individus sains. On suppose que les deux tests sont indépendants et cela chez les malades et chez les sains (indépendance conditionnelle).

- 1 On choisit une personne au hasard, le premier tests est positif. Quelle est la probabilité que cette personne soit malade.
- 2 On choisit une personne au hasard, les deux tests sont positifs. Quelle est la probabilité que cette personne soit malade.
- 3 Quelle est la probabilité que le second test soit positif si le premier l'a été ?

- Cours Probabilité, Benchikh Tawfik,
<http://www.univ-sba.dz/lsp/s/images/pdf/cours/>
- Probabilités et Biostatistique.
www.chups.jussieu.fr/polys/biostats/CoursProba1.pdf
- FMPMC Pitié-Salpêtrière - probabilités, cours 1 et 2
www.chups.jussieu.fr/polys/biostats/coursProba-1-2/
- Notions de Probabilités, Roch Giorgi, LERTIM, Faculté de Médecine, Université de la Méditerranée, Marseille, France <http://lertim.fr>