

TD-N° 03 : Probabilité

Exercice 1 Dans un laboratoire se trouve une cage avec 100 souris présentant deux caractères : sexe (mâle ou femelle), couleur (blanche ou noire); 87 sont mâles, 57 sont blanches et 55 sont mâles et blanches.

1. Donner l'effectif par catégorie.
2. Une assistante prend une souris au hasard. Calculer la probabilité pour qu'elle obtienne une souris blanche ou une souris mâle.

Exercice 2 Pour contrôler un lot de médicament (amoxicilline) on prélève simultanément 5 comprimés d'un bocal contenant 40 comprimés de mêmes dimensions et de couleurs différentes : 12 rouges, 8 jaunes, 10 blancs et 10 gris. Quelle est la probabilité que les 5 comprimés soient jaunes ? Au moins un comprimé soit rouge ?

Exercice 3 Trois résidents en médecine A, B et C se présentent au DEMS. La réussite peut échapper à un, deux ou aux trois candidats. On suppose que les probabilités pour que les résidents ratent l'examen sont respectivement de 0.12, 0.25 et 0.30. Quelle est par deux méthodes différentes la probabilité qu'il n'y ait pas d'échec total ?

Exercice 4 Dans une population présentant une douleur abdominale, 30% des patients ont une appendicite aiguë. Parmi ces derniers, 70% ont une température corporelle supérieure à 37,5C alors que chez des patients sans appendicite, une température supérieure à 37,5C est retrouvée dans 40% des cas.

Pour un patient de cette population présentant une douleur abdominale, on définit les événements suivants : A : le patient présente une appendicite aiguë T : le patient a une température corporelle supérieure à 37,5C.

1. On demande de calculer les probabilités suivantes : $\Pr(A)$, $\Pr(T/A)$, $\Pr(T/\bar{A})$, $\Pr(\bar{T}/A)$ et $\Pr(T)$
2. Pour un patient ayant une température supérieure à 37,5C, calculer la probabilité "P1" qu'il ait une appendicite aiguë.
3. Pour un patient n'ayant pas une température supérieure à 37,5C, calculer la probabilité "P2" qu'il n'ait pas une appendicite aiguë

Exercice 5 Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie contagieuse. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour quatre non vaccinés. On sait de plus qu'au cours de cette épidémie, il y avait un malade sur douze parmi les vaccinés. On choisit une personne au hasard de cette population.

1. La probabilité d'être non-vacciné sachant qu'il est malade est :

$$(A) = \frac{1}{5}, \quad (B) = \frac{4}{5}, \quad (C) = \frac{1}{12}, \quad (D) = \frac{1}{48}, \quad (E) = \frac{1}{9}$$

2. La probabilité d'être malade est : $(A) = \frac{1}{12}, \quad (B) = \frac{1}{4}, \quad (C) = \frac{1}{48}, \quad (D) = \frac{5}{48}, \quad (E) = \frac{149}{240}$

3. La probabilité d'être non malade et vacciné est :

$$(A) = \frac{11}{48}, \quad (B) = \frac{1}{16}, \quad (C) = \frac{1}{9}, \quad (D) = \frac{1}{4}, \quad (E) < 0.02.$$

4. La probabilité d'être malade sachant qu'il est non-vacciné est :

$$(A) > 0.7, \quad (B) = \frac{1}{5}, \quad (C) = \frac{4}{5}, \quad (D) = \frac{1}{9}, \quad (E) = \frac{149}{240}$$

5. Le vaccin est-il : (A) efficace, (B) non efficace, (C) indépendant de la maladie, (D) non lié à la maladie, (E) on ne pas rien dire

Exercice 6 Les cultures de tissus végétaux peuvent être infectées soit par des champignons, soit par des bactéries. La probabilité d'une infection par un champignon est 15%. La probabilité d'infection par une bactérie est 8%.

1. Quelle est la probabilité d'une infection simultanée par champignons et bactéries :

- dans le cas où les infections sont indépendantes,
- dans le cas où les infections n'étant pas indépendantes, la probabilité d'infection par les bactéries quand on a une infection par les champignons est égale à 4%.

2. Calculer la probabilité d'infection quelle qu'en soit l'origine (dans les deux cas proposés ci-dessus).

Exercice 7 On donnera une valeur approchée de tous les résultats à 10^{-4} près.

Vous venez de passer un test pour le dépistage du cancer. Le médecin vous convoque pour vous annoncer le résultat : mauvaise nouvelle, il est positif. Pas de chance, alors que ce type de cancer ne touche que 0.1% de la population. Vous lui demandez si le test est fiable. Sa réponse est sans appel : " Si vous avez le cancer, le test sera positif dans 90% des cas ; alors que si vous ne l'avez pas, il sera négatif dans 97% des cas ".

1. La probabilité d'avoir le test positif pour une personne avec ce type de cancer est :

$$(A) = 0.0009 \quad (B) = 0.001 \quad (C) = 0.03 \quad (D) = 0.9 \quad (E) = 0.97.$$

2. La probabilité d'avoir une personne avec ce type de cancer et un test positif est :

$$(A) = 0.0009 \quad (B) = 0.001 \quad (C) = 0.03 \quad (D) = 0.9 \quad (E) = 0.97.$$

3. La probabilité d'avoir le test positif chez une personne sain est :

$$(A) = 0.0009 \quad (B) = 0.001 \quad (C) = 0.03 \quad (D) = 0.0309 \quad (E) = 0.9691.$$

4. La probabilité d'avoir le test négatif dans la population est :

$$(A) = 0.0009 \quad (B) = 0.009 \quad (C) = 0.03 \quad (D) = 0.9 \quad (E) = 0.9691.$$

5. Selon vous, après le résultat d'un tel test, quelle est la probabilité que vous ayez le cancer ?

$$A) > 90\% \quad B) = 90\% \quad C) = 9\% \quad D) = 5\% \quad E) < 3\%$$

B. T.