PROBABILITES

Notions de probabilités, Analyse combinatoire

Faculté de Médecine, UDL, SBA

$1^{\text{ère}}$ année Médecine,

22 Novembre 2023

Probabilités et statistique

- Probabilités concernent
  - √ Populations, modèles, théorie
  - √ On ne peut y faire des mesures
- Statistique concerne
  - √ Échantillons, monde réel, pratique
  - √ On fait des mesures sur des individus

Probabilités

- Le calcul des probabilités s'occupe de **phénomènes aléatoires** (ou **épreuves aléatoires**).
- Le chapitres 2 et 3 introduisent les concepts **fondamentaux du calcul des probabilités**.
- Ils se limitent à la présentation des sujets nécessaires aux applications statistiques traitées dans les chapitres ultérieurs.

Objectifs: Probabilité

Objectifs spécifiques:

- Savoir utiliser les **tableaux de distribution** de fréquences pour en dériver des probabilités simples.
- Savoir calculer des **probabilités d'événements composés**
- Savoir calculer des **probabilités conditionnelles** en appliquant les règles de combinaisons de probabilités.

Plan de cours

1. Notations et définitions
2. La probabilité sur un espace fini ou infinie
   - Définition d'une Probabilité
   - Probabilités à définir sur un ensemble fondamental fini
   - Probabilités à définir sur un ensemble infini dénombrable
   - Probabilités sur un ensemble infini non dénombrable ($\mathbb{R}$)
3. Analyse combinatoire
   - Principe fondamental
   - Arrangement
   - Arrangement avec répétition
   - Combinaison
4. Exercices

Phénomènes aléatoires 1

- ***Phénomènes déterministes***: sont prévisibles, donnent le même résultat lorsqu'on répète l'expérience et qui ne dépend pas d'une loi de probabilité.
- ***Phénomènes aléatoires***: sont des phénomènes dont on ne peut prévoir le résultat à l'avance, mais qui par "répétition" présentent un certain caractère de régularité (suivent des lois de probabilité).

Phénomènes aléatoires 2

- $\surd$ Un exemple typique est constitué par le jeu de pile ou face
- $\surd$ On ne peut prévoir à priori le résultat d'un lancement "ou tirage", mais si on fait un grand nombre de tirage, on obtiendra une moyenne d'a peu près 50% de "pile" $($si la pièce n'est pas truquée $)$.

Phénomènes aléatoires 3

Penser à n jets successifs d'une même pièce de monnaie:

Nbre de jets	10	100	200	500	1000	10000
	3	45	95	260	491	4995
Fréq relatif	0.3	0.45	0.475	0.52	0.491	0.4995

- D'où: les fréquences relatives tendent vers 0.5 (50%) (tendent vers la probabilité 0.5), quand le nombre de jette de la pièce tend vers infini.

Phénomènes aléatoires 4

- Les phénomènes aléatoire exhibent un type de **régularité**. Cette régularité permet de prédire la **fréquence d'apparition** d'un phénomène.
- **La modélisation** de tels phénomènes (la recherche de **lois**) est le champs d'application du **calcul des probabilités**.
- Une expérience aléatoire est appelée une "épreuve".
- On se limite aux cas où l'expérience peut être **répétée plusieurs fois, dans les mêmes conditions**.

Expérience aléatoire, ensemble fondamental

- **Expérience aléatoire**
  - $\surd$ Ex : lancer de dé, glycémie de 100 personnes
  - $\surd$ Réalisation $\Rightarrow$ mesures $\Rightarrow$ statistique
  - $\surd$ Étude des résultats possibles $\Rightarrow$ probabilités
- **Ensemble fondamental (l'espace d'états)** :
  - $\surd$ noté $\Omega = \{\omega_1, \ldots \omega_n\}$ l'ensemble de tous les résultats possibles de l'expérience
  - $\surd$ Ω peut être fini ou infini, dénombrable ou non

Événements 1

- événement = Sous-ensemble de résultats possibles , notés par des majuscules latines: A, B, ect . . . .
  - Exemple: si $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, l'événement résultat pair est $\{2, 4, 6\}$. Il y a $64 = 2^6$ événements.
  - L'événement se produit si le résultat de l'expérience fait partie du sous-ensemble.
    - √ Exemple: l'événement "résultat pair" est réalisé si on obtient 2 ou 4 ou 6.

Événements 2

- Cas particuliers
  - $\{\omega_i\}$ = réalisation ou événement élémentaire
  - Événement composé: obtenu par une combinaison d'événements élémentaires (réalisation simultanée ou successives de 2 ou plusieurs événements simples)
  - Espace des événements = $\mathcal{P}(\Omega)$, l'ensemble des parties de Ω
  - $\emptyset$ = ensemble vide = événement impossible
  - Ω = événement certain

Événement: Exemple

1. Jeter une pièce de monnaie: c'est une épreuve (expérience), $\Omega = \{P = pile, F = face\}$.
   - "Obtenir Face" est un événement élémentaire: $E_1 = \omega_1 = \{F\}$.
   - "Obtenir Pile" est un événement élémentaire: $E_2 = \omega_2 = \{P\}$.

Exemple

2. Jeter une pièce de monnaie 2 fois successivement : épreuve, $\Omega = \{PP, PF, FP, FF\}$.
   - "Obtenir 2 faces" est un événement élémentaire : $E_1 = \omega_1 = \{FF\}$.
   - "Obtenir au moins une fois pile" : événement composé : $\{PP, PF, FP\}$.

Événement: Exemple

Exemple

3. Jeter un dé 2 fois successivement: épreuve, $\Omega = \{(i,j)/1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6\}$. "La somme est =6" est un événement
4. Pour le poids des nouveau-nés exprimé en grammes; on peut considérer que $\Omega = [1000 - 6000]$. $[1500, 2500] \subset [1000 - 6000]$, c'est un événement.
5. Durée de vie d'une ampoule électrique : $\Omega = \mathbb{R}_+$.

Événement: Exemple

6. Naissance: à la suite de la naissance on peut observer les événements possibles suivants : fille ou garçon, le sexe de l'enfant étant le phénomène aléatoire (le résultat: fille ou garçon, ne peut être prédit avec certitude).

Règles de combinaison d'événements 1

- Si A et B sont 2 événements, on veut
  - $A \cap B$ est un événement
  - $A \cup B$ est un événement
  - $C_{\Omega}A = \overline{A}$ est un événement
- Si E est **fini** ou **infini dénombrable**, tout sous-ensemble de E est un événement
- Si E est **infini non dénombrable** ($\mathbb{R}$), un événement est un intervalle ou une combinaison d'intervalles

Règles de combinaison d'événements 2

a) L'événement "A **ou** B" = "$A \cup B$": se réalise si l'un au moins des événements A et B se réalise.

- Exemple: "avoir un infarctus du myocarde" **ou** "être diabétique".

b) L'événement "A **et** B" = "$A \cap B$"; se réalise si A et B se réalisent.

- Exemple: "avoir un infarctus du myocarde" **et** "être diabétique".

c) L'événement bf non A, noté $\overline{A}$, a lieu si et seulement si A n'est pas réalisé.

Règles de combinaison d'événements 3

d) Événements compatibles : événements qui peuvent être conjoints (se réaliser simultanément).

e) Événements A et B incompatibles ou mutuellement exclusifs $\Leftrightarrow$ A et B sont disjoints $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$:

- si A se réalise, B ne se réalise pas et réciproquement, qui signifie que A et B ne peuvent pas se produire ensemble.

f) A implique $B \Leftrightarrow A \subset B$: si A se réalise, alors B se réalise.

g) L'événement A **sans** $B \Leftrightarrow A - B$: A est réalisé sans que B soit réalisé.

Règles de combinaison d'événements: Exemple

- On jette un dé.
  - L'ensemble **fondamentale** = $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
  - L'événement A: **"apparition d'un nombre pair"** $\Leftrightarrow$

    $A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$.
  - L'événement B: **"apparition d'un nombre premier"** $\Leftrightarrow$

    $B = \{1, 2, 3, 5\}$
  - L'événement C: **"apparition d'un 3"** $\Leftrightarrow C = \{3\}$.

Règles de combinaison d'événements: Exemple

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \Omega$, événement certain: **"apparition d'un nombre pair ou premier"**.
- $A \cap B = \{2\} =$: **"apparition d'un nombre pair et premier"**.
- $\overline{C} = \{1, 2, 4, 5, 6\} =$: **apparition d'un nombre autre que 3**.
- $A \cap C = \emptyset$,: A et C s'**excluent mutuellement**.

Règles de combinaison d'événements: Exemple

- Dans l'exemple précédent Ω était fini, donc dénombrable;
- Ω peut être infini dénombrable comme le cas suivent:

1. On jette une pièce de monnaie jusqu'à ce qu'on obtient pile
   - $\Omega = \{1, 2, \ldots, n, \ldots\}$, puisqu'on peut avoir un pile au bout d'un jet, de 2 jets, de n jets.
2. On vise avec une fléchette une cible suffisamment grande; si on admet que la fléchette est très fine,
   - Ω=$\{$la surface de la cible$\}$: infinie et non dénombrable.

Définition d'une Probabilité

- La théorie des probabilités ne permet pas de calculer toutes les probabilités
- Elle permet le calcul pour les combinaisons d'événements de probabilités connues
- Définition utilisée : **probabilité = limite de fréquence**

Probabilité dans un espace fini: Définition

Définition

À chaque événement A on associe un nombre, noté $\mathbf{P}r(A)$, et appelé "probabilité de A. Ce nombre mesure le degré de vraisemblance qu'on accorde a priori à A, avant la réalisation de l'expérience.

Mathématiquement:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} : (\Omega, \mathcal{A}) &\rightarrow [0,1] \\ A &\mapsto \mathbf{P}(A). \end{aligned}$$

Définitions

- Tout événement A tel que $\mathbf{P}(A) = 1$ est dit quasi-certain.
- Tout événement B tel que $\mathbf{P}(B) = 0$ est dit quasi-impossible.

Probabilité: définition

- En pratique, la probabilité = fréquence d'apparition quand le nombre d'épreuves est grand (la probabilité comme limite de "fréquence").
  - Jets successifs d'une même pièce de monnaie n fois

Nbre de jets	10	100	200	500	1000	10000
Fréq relatif	3	45	95	260	491	4995
	0.3	0.45	0.475	0.52	0.491	0.4995

  - Notons $f_n(A) = \frac{\text{le nombre de fois où il est réalisé}}{n}$,

    la fréquence de réalisation de l'événement A. Alors:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} f_n(A).$$

Probabilité: remarque

- Cette approche n’est pas toujours possible, par exemple: événements jamais observés.
- Pour avoir une idée des propriétés de ces nombres (les probabilités des événements), on utilise les propriétés des fréquences.

Règles (axiomes) du calcul des probabilités

- Des propriétés des fréquences, on déduit:

(P0) $0 \leq \mathrm{P}(A) \leq 1$;

(P1) $\mathrm{P}(\Omega) = 1$;

(P2) $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$ si $A \cap B = \emptyset$

- Il en découle:
  - $\mathrm{P}(\emptyset) = 0$
  - $\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(\overline{A}) = 1$.
  - $\mathrm{P}(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A_i)$, si les A_i sont 2 à 2 disjoints.
  - $\mathrm{P}(A \cup B) + \mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$.
  - $\mathrm{P}(A) \leq \mathrm{P}(B)$ si $A \subset B$.

Probabilités sur un ensemble fondamental fini

Soit $\Omega = \{\omega_1, \ldots \omega_n\}$

- On doit donner les probabilités de tout événement élémentaire $\{\omega_i\}$:

$$\mathbf{P}(\{\omega_i\}) = \mathbf{P}(\omega_i)\text{ , pour tout } \omega_i \in \Omega\,.$$

  - ◇ $\mathbf{P}(\omega_i) \geq 0$,
  - ◇ $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}(\omega_i) = 1$ (n nombre d'événements élémentaires)

- Si $A = \{\omega_1, \omega_4, \omega_5\}$, $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(\omega_1) + \mathbf{P}(\omega_4) + \mathbf{P}(\omega_5)$
- En générale, $\mathbf{P}(A) = \sum_{\omega_j \in A} \mathbf{P}(\omega_j) = 1$, ($\omega_j \in A$).

Cas particulier: Probabilité uniforme

Considérons l'expérience suivante: on jette un dé, donc $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Si le dé n'est pas truqué (homogène), chacune des 6 faces du dé à la même probabilité de sortir.

- Parmi les 6 cas possibles, il y en a "1" pour lequel le nombre de points obtenus est, par exemple 2. On dira que la probabilité d'obtenir 2 points est $\frac{1}{6}$.
- Parmi les 6 cas possibles, il y en a 3 pour lequel le nombre de points obtenus est pair $\{2, 4, 6\}$. On dira que la probabilité d'obtenir un chiffre pair est égale à : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Probabilité uniforme

- **Ensemble équiprobable**: les événements élémentaires ont tous la même probabilité $1/n$
  - ◇ Si A possède k éléments, sa probabilité est k/n (nombre de cas favorables sur nombre de cas total)
- **Remarque:**
  - ✓ Quand on dit qu'on tire "au hasard", on sous-entend que l'ensemble probabilisé considérée est équiprobable.

Probabilité uniforme

Définition

La probabilité d'un événement est égal au rapport du nombre de cas favorables à cet événement au nombre total des cas possibles, supposés également vraisemblables (N):

$$\mathbf{P}(A) = p_i = \frac{\text{nbre de cas favorable}}{\text{nbes de cas possible}} = \frac{n_i}{N} = \frac{|A|}{|\Omega|},$$

où $|A|$ est le cardinal ou nombre d'éléments de A.

Probabilité uniforme: Remarque

- ✓ Le cas des ensemble finis équiprobables est le plus simple à appréhender. Il faut insister sur le fait que l'équiprobabilité n'est qu'un cas particulier des ensembles probabilisé; ce n'est (de loin) pas le plus utile en médecine.

Probabilités sur un ensemble fondamental fini

Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_, \ldots\}$

- On doit donner les probabilités de tout événement élémentaire $\{\omega_i\}$:

$$\mathbf{P}(\{\omega_i\}) = \mathbf{P}(\omega_i)\text{ , pour tout } \omega_i \in \Omega\,.$$

  - $\mathbf{P}(\omega_i) \geq 0$ et $\sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(\omega_i) = 1$.

- La probabilité d'un événement quelconque A (composé) est la somme des probabilités des ω_i qu'il contient:
$\mathbf{P}(A) = \sum_{\omega_j \in A} \mathbf{P}(\omega_j) = 1$, $(\omega_j \in A)$.

- $\mathbf{P}(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(A_i)$, si les A_i sont 2 à 2 disjoints.

Probabilités sur un ensemble infini non dénombrable

$\mathbb{R}$

- Il faut définir les probabilités de tout intervalle
- On utilise une fonction qui dépend des bornes de l'intervalle
  - ◇ La fonction de répartition permet un calcul par simple soustraction
  - ◇ La densité de probabilité nécessite un calcul d'intégrale

Objectif de l'analyse combinatoire

- L'analyse combinatoire comprend un ensemble de méthodes qui permettent de déterminer le nombre de tous les résultats possible d'un expérience particulière. La connaisonce de ces méthodes de dénombrement est indisponsable au calcul du probabilité qui constitue le fondement de la statistique.

Principe fondamental

- Lorsqu'une situation (ou un événement) peut se réaliser de n manières et être suivi d'une second situation qui peut se réaliser suivant m manières, alors les deux situation se produire dans l'ordre considéré de $n \times m$ manières.

Exemple

1. Lors de la désignation du bureau d'une association, il y a trois candidats au poste de président et cinq candidat au poste de trésorier. Le nombre de bureaux possibles est alors: $3 \times 5 = 15$.
2. S'il y a 3 candidats au poste de député et 5 candidats à celui de maire, les deux fonctions peut être occupées de $3 \times 5 = 15$ façons.

Factorielle n

- On définit factorielle n, désigner par $n!$ par:

$$n! = n \times (n-1) \times \ldots \times 2 \times 1.$$

  - Ainsi $5! = 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 = 120$.

- Pour question de commodité, on définit $0! = 1$.

Arrangement

- Étant donné un ensemble de n objets $($ éléments $)$ (distincts), on appelle arrangements simple de p objets (distincts) toute suite "ordonnée" de p de ces objets (choix et ordre).

- Cette définition implique que:
  - pour obtenir un arrangement, il faut choisir p objets parmi n et les ordonner $($ par exemple en leur attribuant une place parmi p ou un numéro de 1 à p $)$,
  - deux arrangement formés de p objets peuvent donc être distincts soit par la nature des objets, soit par leur ordre.

Notation:

On désignera par $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ le nombre d'arrangements de p objets parmi n.

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1).$$

Exemple

1) Combien d'arrangement peut-on réaliser en prenant deux objets parmi 4?

- Soient les objets: a,b,c,d. En choisissant 2 objets et en les ordonnant, par exemple en les alignant, on peut obtenir $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 4 \times 3 = 12$ arrangements:

$$ab/ac/ad/bc/bd/cd/ba/ca/da/cb/db/dc.$$

Exemple

2) De combien de manière peut-on placer 3 dossiers différents dans 15 casiers vides, à raison d'un dossier par casier ? $N = A_{15}^{3} = 2730$ manières différentes.
3) Avec les 26 lettres de l'alphabet, combien peut-on former de mots de 5 lettres différentes: $N = A_{26}^{5}$.

Remarque

- Un arrangement de p objets choisis parmi n peut être obtenu en tirant d'abord un objet parmi les n, puis un deuxième parmi les $(n-1)$ restants, ect. Le rang du tirage sert alors à ordonner les objets retenus.

Permutation

- Cas particulier d'arrangement avec $p = n$. Donc une permutation de n objets est une suite ordonnée de ces n objets.

  - Deux permutations de n objets donné ne peuvent donc différer que par l'ordre de ces objets.

Dénombrement:

P_n: nombre de permutation de n objets = $A_n^n = n!$.

Exemple Les permutations possibles de 3 lettres a,b,c sont:

$$abc, acb, bac, bca, cab, cba\ .$$

Donc: $P_n = n! = 3! = 6$ permutations.

Arrangement avec répétition

- On peut imaginer un type de tirage entièrement différent:
  - on tire d'abord un objet, on remet parmi les n objets après avoir noté sa nature, et on répète p fois l'opération.
  - La suite obtenue s'appelle un "arrangement avec répétition" de p objets parmi n.

- Un arrangement avec répétition est un arrangement où chaque éléments peut-être répété jusqu'à p fois.

- Le nombre total de tels arrangement est donc :

$$\alpha_n^p = n^p \, .$$

Exemple

1. Le nombre total d'arrangement d'ordre 2 des lettres a,b,c est: $\alpha_3^2 = 3^2 = 9$. (aa,ab,ac,ba,bb,bc,ca,cb,cc).
2. Combien de nombre peut-on former avec les chiffres 1,2,3 et 4: $\alpha_n^p = 4^4$.
3. Combien de nombre peut-on former avec les chiffres 1,2,3 et 4, chaque chiffre n'étant présent qu'une fois: permutation avec répétition: $4! = 24$ nombres.

Combinaison: définition

- Étant donné un ensemble de n objets distincts, on appelle combinaison de "p" de ces objets tout ensemble de p de ces objets sans ordre déterminé (sans considération d'ordre).

- Deux combinaisons contenant p objets peuvent donc seulement différer par la nature des objets.

Dénombrement (Calcul):

Ce nombre est donné par:

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}.$$

Exemple 1:

Les combinaisons possibles de 3 lettres parmi les 4 lettres A, C, G, T sont:

$$ACG, ACT, CGT, AGT$$

Donc on a $C_4^3 = 4$ combinaisons.

Exemple

1. A l'oral d'un examen, un étudiant doit répondre à 5 questions sur 8. Combien a-t-il de choix possibles? $(C_8^5 = 56)$.

2. Même question si les 3 premières sont imposées: $C_5^2 = 10$ (il est obligé de répondre aux 3 premières, il ne lui reste donc 2 questions à choisir parmi les 5 qui restent).

3. Même question s'il doit répondre au moins à 4 des 5 premières (au moins 4 sur 5 $\Leftrightarrow$ soit 4 sur 5 "ou" 5 sur 5).

   Pour le 1^{er} cas: C_5^4 et C_3^1 (1 questions parmi les 3 qui reste), donc on a: $C_5^4 \times C_3^1$ choix.

   Pour le 2^{ime} cas: C_5^5 et C_3^0, donc on a $C_5^5 \times C_3^0 = C_5^5$ choix.

   D'où le nombre de choix est : $C_5^4 \times C_3^1 + C_5^5 = 16$.

Exemple

1. Quel est le nombre de groupe de six personnes que l'on peut former avec 4 garçons et de 6 filles si l'on veut qu'ils contiennent obligatoirement:
   - seulement 2 garçons.
   - au moins 2 garçons.
2. Nombre de mains différentes de 8 cartes dans un jeu de 32 cartes. ($C_{32}^{8} = 10518300$).

Exercice 1

Dans un échantillon de 1000 patients, en relève 300 personnes malades des poumons (évènement P), 600 personnes malades du cœur (évènement C) et 200 individus souffrant d'hypertension (évènement H).

1. Calculer le nombre des personnes souffrants d'hypertension et de maladie cardiaques, sachant que 76% des patients souffrent d'hypertension ou de maladies cardiaques.

2. Sachant que le nombre des patients atteints de maladie cardiaque et de maladie pulmonaire est 60 et que le nombre des patients atteints de trois maladies est 0, calculer le nombre de personne souffrant d'hypertension et de maladie pulmonaire.
3. Quelle est la probabilité de trouver un patient souffrant d'hypertension ou d'une maladie pulmonaire?

Exercice 2

Un nouveau vaccin a été testé sur 12500 personnes ; 75 d'entre elles, dont 35 femmes enceintes, ont eu des réactions secondaires nécessitant une hospitalisation. Parmi les 12500 personnes testées, 680 personnes sont des femmes enceintes.

1. Quelle est la probabilitée pour une femme enceinte, d'avoir une réaction secondaire si elle reçoit un vaccin ?
2. Quelle est la probabilité pour une personne non enceinte, d'avoir une réaction secondaire ?

Exercice 3

Un groupe décomposé de 80 hommes et de 60 femmes doit désigner 10 de ces membres pour être de garde ce soir. Si la désignation se fait au hasard, quelle est la probabilité pour que le groupe de garde :

$a)$ ne comporte que des hommes ?

$b)$ ne comporte que des femmes?

$c)$ comporte un nombre égal d'hommes et de femme ?

Exercice 4

18 personnes se sont présentées à une collecte de sang. Parmi celles-ci, on a noté : 11 personnes du groupe O, 4 personne du groupe A, 2 personnes du groupe B et 1 personnes du groupe AB. A issue de la collecte, on prélève au hasard 3 flacons parmi les 18 flacons obtenus. Calculer la probabilité des événements suivants :

1. les sang des 3 flacons appartiennent aux mêmes groupes;
2. parmi les 3 flacons prélevés, il y'a au moins un flacons contenant du sang du groupe A;
3. les sang des 3 flacons appartiennent à 3 groupes différents.

Exercice 5

Le traitement d'un malade nécessite la prise de 2 sirops différents et de 3 sortes de comprimés. Le médecin dispose de 3 sortes de sirops et de 4 sortes de comprimés qui auraient des effets analogues.

De combien de façons pourra-t-il rédiger son ordonnance sachant toute fois, qu'un sirops précis ne doit pas être pris en même temps qu'une sorte de comprimés précis.

Exercice 6

L'ADN est composé de bases A, C, G, T. Un acide amené est codé par un mot de trois lettres de cet alphabet.

1) Combien de tels mots peut-on écrire?
2) Quel est la probabilité d'avoir un acide amené exactements deux lettres différentes?

Exercice 7

Dans une ville, il y a 3 centres de secours d'urgence. Cinq malades appellent le même jour un centre au téléphone après l'avoir choisi au hasard dans l'annuaire téléphonique. Quelle est la probabilité que les trois centres soient appelés?

Bibliographie

- Cours Probabilité, Benchikh Tawfik,
  http://www.univ-sba.dz/lsps/images/pdf/cours/
- Probabilités et Biostatistique.
  www.chups.jussieu.fr/polys/biostats/CoursProba1.pdf
- FMPMC Pitié-Salpêtrière-probabilités, cours 1 et 2.
  www.chups.jussieu.fr/polys/biostats/coursProba-1-2/
- Notions de Probabilités, Roch Giorgi, LERTIM, Faculté de Médecine, Université de la Méditerranée, Marseille, France
  http://lertim.fr