



Ex01 (Questions de cours) (06pts)

Une turbine développe un moment T proportionnel au débit volumique Q . Le couple T dépend aussi de la masse volumique ρ du fluide, du diamètre du rotor D , et de la vitesse de rotation Ω .

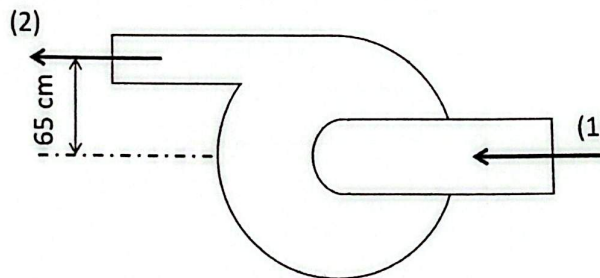
1. Trouver une expression pour T en vous servant de l'analyse dimensionnelle.
2. Comment varie le moment lorsque l'on double (1) D et (2) Ω ?

On donne : $\{T\}=ML^2T^{-2}$, $\{Q\}=L^3T^{-1}$, $\{\rho\}=ML^{-3}$, $D=\{L\}$, $\Omega=\{T^{-1}\}$

Ex02 (07pts)

La pompe horizontale de la figure ci-dessous propulse de l'huile ($\rho=910 \text{ kg/m}^3$) avec un débit de 12 l/s . Les diamètres des conduites sont $D_1=12\text{cm}$ et $D_2=5\text{cm}$. Les données relevées sont les suivantes : $p_1=13\text{kPa}$ et $p_2=65\text{kPa}$. Si on néglige les pertes de charge, calculer :

1. La hauteur manométrique développée par la pompe ?
2. La puissance mécanique si le rendement est 75% ?



Ex03 (07pts)

Une pompe centrifuge tourne à 1000 tr/mn . Le rotor de la pompe a les caractéristiques suivantes :

$$\begin{array}{lll} R1 = 70 \text{ mm} & \beta1 = 35.5^\circ & \alpha1 = 90^\circ \\ R2 = 150 \text{ mm} & \beta2 = 30^\circ & \alpha2 = 12^\circ \\ b = 20 \text{ mm} & & \end{array}$$

1. Tracer les triangles de vitesses à l'entrée et à la sortie du rotor;
2. Calculer le débit volumétrique sortant de la pompe si le rendement volumétrique est $\eta_v = 0.92$;
3. Calculer la hauteur de charge réelle si le rendement hydraulique est $\eta_h = 0.8$;
4. Calculer la puissance du moteur si le rendement mécanique est $\eta_m = 0.95$.

Note : $\eta_h = \text{hauteur délivrée par pompe} / \text{hauteur délivrée par rotor}$
 $\eta_v = \text{débit sortant de la pompe} / \text{débit passant par le rotor}$

Solutionnaire examen Machines Hydrauliques

EX01 06 pts

$$\left. \begin{array}{l} n = 4 \\ k = 3 \end{array} \right\} 4 - 3 = 1 \text{ nombre } \pi \quad (1)$$

$$\frac{M/\rho}{g \Omega D^2} = \text{PI 1} \quad (3)$$

a) en doublant $D \rightarrow \pi$ augmente par facteur 4 (1)

b) en doublant $\Omega \rightarrow M$ augmente par facteur 2 (1)

EX02 07 pts

$$p_2 = 13000 \text{ Pa}$$

$$p_1 = 65000 \text{ Pa}$$

$$Q = 0.012 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_1 = Q/A_1 = 0.012 / (\pi/4 \times 0.1^2) = 1.06 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$V_2 = Q/A_2 = 6.11 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$\gamma_{\text{huile}} = 910 \times 9.81 = 8927 \text{ N/m}^3$$

$$H_p = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right) \quad dz = 0.65 \text{ m} \quad (2)$$

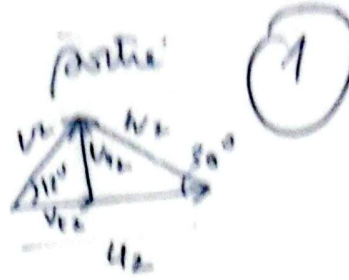
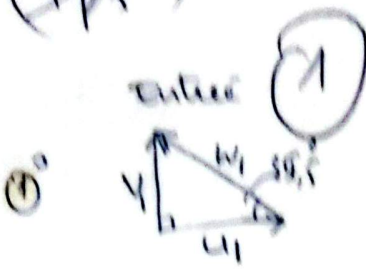
$$H_p = 8.32 \text{ m} \quad (1,5)$$

$$P = \frac{Q \gamma H_p}{\eta} = \frac{0.012 \cdot 8927 \cdot 8.32}{0.75}$$

$$P = 1188.36 \text{ w} \quad (1,5)$$

EX03

(2pts)



② Calcul du débit:

$$Q = U_{n1} S_1 = U_{n2} S_2 \text{ mais } U_{n1} = V_1$$

$$\text{donc: } Q = 2\pi R_1 b V_1 \text{ et } U_1 = \omega R_1 = 1000 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 70 \cdot 10^{-3}$$

$$U_1 = 7,33 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$\text{On a aussi: } \tan \beta_1 = \frac{V_1}{U_1} \Rightarrow V_1 = U_1 \tan \beta_1 = 7,33 \tan 35,5^\circ = 5,23 \text{ m/s}$$

$$\text{alors: } Q = 5,23 \cdot 2\pi \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 46 \text{ l/s}$$

$$\text{En tenant compte du rendement: } \eta_v = 0,92 \Rightarrow Q = 46 \cdot 0,92$$

$$Q = 42,3 \text{ l/s} \quad (1)$$

③ Calcul de la charge hydraulique théorique:

Équation d'Euler

$$\begin{cases} T = SQ(R_2 V_{t2} - R_1 V_{t1}) = SQ R_2 V_{t2} \text{ (radiale)} \\ P = T\omega = SQ R_2 V_{t2} \omega = SQgH \\ H = \frac{R_2 V_{t2} \omega}{g} \end{cases}$$

- Calcul de V_{t2} :

$$\text{On a: } U_{n1} S_1 = U_{n2} S_2 \Rightarrow V_{n1} R_1 2\pi b = V_{n2} R_2 2\pi b$$

$$\Rightarrow V_{n2} = V_{n1} \frac{R_1}{R_2} = 5,23 \cdot \frac{70}{150} \quad (V_{n1} = V_1)$$

$$V_{n2} = 2,44 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$\text{aussi: } \tan 12^\circ = \frac{V_{n2}}{V_{t2}} \Rightarrow V_{t2} = \frac{2,44}{\tan 12^\circ} = 11,48 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$\text{alors: } H = \frac{150 \cdot 10^{-3} \cdot 11,48 \cdot 1000 \cdot \frac{2\pi}{60}}{9,81 \cdot 60}$$

$$\Rightarrow H = 18,37 \text{ m} \quad (1)$$

④ Calcul du H réelle :

En tenant compte du rendement hydraulique :

$$\text{On a : } \eta_h = \frac{H_{\text{réelle}}}{H_{\text{théorique}}} \Rightarrow H = 0,6 \cdot 18,37 = 14,69 \text{ m}$$

(0,15)

⑤ Calcul de la puissance à l'arbre :

$$\text{On a : } P = \rho g Q H = 10^3 \cdot 0,046 \cdot 9,81 \cdot 18,37$$

ici : On doit calculer avec : la hauteur théorique +
le débit théorique (avant de sortir de la pompe)

$$P = 8294,15 \text{ W}$$

en tenant compte du rendement mécanique :

$$\eta_m = \frac{P_{\text{dans la pompe}}}{P_{\text{dans le rotor}}} \Rightarrow P = \frac{8294,15}{0,95}$$

$$P = 8730,69 \text{ W}$$

(1)