

## Compatibilité d'une structure riemannienne et d'une structure de Jacobi sur un algébroïde de Lie<sup>1</sup>

Ahmed Zeglaoui

Ecole Nationale Supérieure des Technologies des Systèmes Autonomes, Sidi Abdellah, Alger  
Laboratoire de Mathématiques (LDM), Sidi Bel Abbès

ahmed.zeglaoui@gmail.com

### Résumé

Un algébroïde de Lie est une généralisation naturelle du fibré tangent à une variété lisse muni du crochet de Lie sur les champs de vecteurs. Il est naturel, dans la mesure du possible, d'étendre certains résultats obtenus sur les variétés lisses aux algébroïdes de Lie, c'est notamment l'objet de ce travail, à savoir généraliser des résultats obtenus dans [1].

La notion de métrique riemannienne sur un algébroïde de Lie a été introduite par M. Boucetta dans [4] par analogie aux variétés riemanniennes. Le calcul différentielle sur un algébroïde de Lie est résumé par C.-M. Marle dans [8], où l'on trouve un rappel de la notion importante de connexion sur un algébroïde de Lie introduite par R. L. Fernandes dans [6]. Nous définissons la structure de Jacobi sur un algébroïde de Lie, avec deux exemples remarquables où le rang est maximal. On introduit par la suite une notion de compatibilité d'une telle structure avec une structure riemannienne, on examine de près le cas des deux exemples où le rang de la structure de Jacobi est maximal.

**Classification AMS :** 53C15

**Mots clés :** Algébroïdes de Lie, structures de Jacobi, structures de contact, structures localement conformément symplectiques.

### Références

- [1] Y. Aït Amrane, A. Zeglaoui, *Compatibility of Riemannian structures and Jacobi structures*. Journal of Geometry and Physics, 133 (2018), 71-80.
- [2] M. Boucetta, *Compatibilité des structures pseudo-riemanniennes et des structures de Poisson*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 333 (2001), 763-768.
- [3] M. Boucetta, *Poisson manifolds with compatible pseudo-metric and pseudo-Riemannian Lie algebras*, Differential Geometry and its Applications, 20 (2004), 279-291.
- [4] M. Boucetta, *Riemannian geometry of Lie algebroids*. Journal of the Egyptian Mathematical Society, Vol. 19, Iss. 12 (2011), 57-70.
- [5] J.-P. Dufour, N. T. Zung, *Poisson structures and their normal forms*, Progress in mathematics, vol. 242., Birkhäuser Verlag 2005.
- [6] R. L. Fernandes, *Lie algebroids, holonomy and characteristic classes*, Adv. Math., 170, (2002), 119-179.
- [7] C.-M. Marle, *On Jacobi manifolds and Jacobi bundles*, in "Symplectic geometry, groupoids, and integrable systems", Séminaire Sud Rhodanien de Géométrie à Berkeley (1989), Math. Sci. Res. Inst. Publ. 20, Springer-Verlag, New York, 1991, pp 227-246.
- [8] C.-M. Marle, *Calculus on Lie algebroids, Lie groupoids and Poisson manifolds*. Dissertationes Mathematicae, Vol. 457, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, 2008.
- [9] I. Vaisman, *Lectures on the geometry of Poisson manifolds*, Progress in Mathematics, vol 118, Birkhäuser, Berlin, 1994.

---

<sup>1</sup>Titre en anglais: **Compatibility of a Riemannian structure and a Jacobi structure on a Lie algebroid**